



BLAISE PASCAL  
PT 2021-2022

DM 5 – à rendre lundi 18 octobre

# Transitoire thermique

Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours ou sur le serveur de la classe.



Flasher ce code pour  
accéder au corrigé

## Conditionnement d'air d'une voiture

*légèrement adapté E3a MP 2017*

Pour le confort et la sécurité des passagers (la respiration des passagers changerait la composition de « l'air » qui deviendrait moins riche en dioxygène, ce qui favorise l'endormissement du conducteur), on doit renouveler l'air de la voiture et empêcher aussi tout refroidissement ou réchauffement par rapport à une situation normale dans laquelle l'intérieur du véhicule reste à une température consigne uniforme et constante.

### Hypothèses de travail

- ▷ l'automobile est un parallélépipède creux de hauteur  $H = 1,5$  m, de largeur  $\ell = 1,75$  m et de longueur  $L = 4,0$  m ;
- ▷ l'atmosphère intérieure au véhicule est caractérisée par une capacité thermique totale  $C$  ;
- ▷ l'appareil de conditionnement de l'air de la voiture permet de refroidir l'habitacle en été, de le réchauffer en hiver et de renouveler l'air en même temps ;
- ▷ la pression est toujours la même à l'extérieur et à l'intérieur et est égale à  $p = 1,0 \cdot 10^5$  Pa ;
- ▷ l'habitacle est maintenu à la température de consigne  $T_C = 293$  K.

### Régime permanent

1 - Rappeler la relation entre la différence des températures intérieure et extérieure de la voiture  $\Delta T = T_{\text{ext}} - T_{\text{int}}$  et le flux thermique  $\Phi$  qui traverse la carrosserie, de l'extérieur vers l'intérieur du véhicule, définissant la conductance thermique  $G$  de la carrosserie. On prendra pour la suite  $G = 150 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1}$ .

2 - Chacun des  $n$  passagers dégage une puissance thermique  $p = 75$  W. Exprimer la puissance  $P_1$  fournie par le conditionneur en régime permanent en fonction de  $n$ ,  $p$ ,  $G$ ,  $T_{\text{ext}}$  et  $T_C$ .

3 - Calculer les deux valeurs de  $P_1$  pour  $n = 4$  passagers, en été  $T_{\text{ext}} = 303$  K ou en hiver  $T_{\text{ext}} = 273$  K. Commenter le signe. Pour quelle température extérieure n'y aurait-il pas besoin de conditionnement ? L'ordre de grandeur vous paraît-il vraisemblable ?

### Régime transitoire

Lorsque les passagers montent dans le véhicule, la température intérieure est égale à la température extérieure  $T_{\text{ext}} = 273$  °C (hiver). Dès leur installation dans le véhicule, les passagers règlent le conditionneur au maximum, ce dernier fournit alors une puissance  $P_{1,\text{max}}$  dont on se propose de déterminer la valeur pour que la température de consigne  $T_C$  soit atteinte en  $\Delta t = 2,0$  min.

4 - Montrer que la température de l'air du véhicule vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_{\infty}}{\tau}$$

en explicitant les expressions de  $\tau$  et  $T_{\infty}$  en fonction de  $G$ ,  $C$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $T_{\text{ext}}$  et  $P_{1,\text{max}}$ .

5 - Représenter l'allure de l'évolution au cours du temps de la température de l'habitacle.

6 - Résoudre l'équation de la question 4 et déterminer l'expression littérale de  $P_{1,\text{max}}$  en fonction de  $G$ ,  $\tau$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $T_{\text{ext}}$ ,  $T_C$  et  $\Delta t$  pour que la température de consigne soit atteinte en une durée  $\Delta t$ .

7 - Évaluer l'ordre de grandeur de la quantité de matière  $q$  (en mol) de l'air contenu dans la voiture en supposant que l'air occupe 50 % du volume intérieur. L'air est considéré comme un gaz parfait de masse molaire  $M = 29 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  et caractérisé par des capacités thermiques molaires isobares  $C_{P,m}$  et isochore  $C_{V,m}$  dont le rapport vaut  $\gamma = C_{P,m}/C_{V,m} = 1,4$ . On fera l'application numérique à la température  $T_C = 293 \text{ K}$ .

8 - Rappeler le lien entre énergie interne et enthalpie d'une mole de gaz parfait. En déduire la valeur de  $C_{P,m} - C_{V,m}$  et l'expression de  $C_{P,m}$  en fonction de  $R$  et  $\gamma$ .

| 🚫🚫🚫 **Attention !** Le but de cette question est de **démontrer** la relation de Mayer **avant** de l'utiliser.

9 - Evaluer la valeur numérique de la capacité  $C$  des  $q$  moles d'air puis celle de  $P_{1,\text{max}}$ . Commenter.

10 - Déterminer, sans calculs excessifs et en réutilisant les résultats des questions précédentes, la puissance  $P_{1,\text{min}} < 0$  que devrait avoir un climatiseur pour que  $T$  atteigne  $T_C$  en  $\Delta t = 2,0 \text{ min}$  également en été ( $T_{\text{ext}} = 303 \text{ K}$ ) avec  $n = 4$  passagers.