



BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

DM 8 – à rendre lundi 29 novembre

Statique des fluides

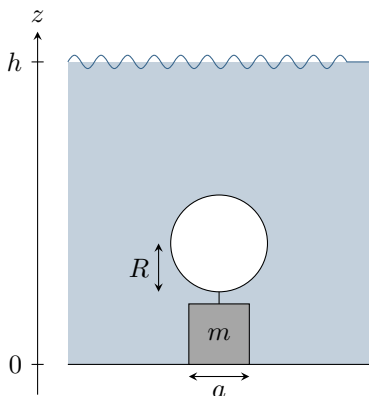
Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours ou sur le serveur de la classe.



Flasher ce code pour
accéder au corrigé

Remonter un coffre au trésor



En plongée, la remontée d'objets lourds peut se faire en y fixant un ballon gonflable que le plongeur remplit d'air prélevé de sa bouteille. Un plongeur ayant découvert un coffre au trésor souhaite le remonter à la surface par cette technique.

Le coffre est modélisé par un cube de masse m et de côté a , et le ballon gonflable par une sphère de rayon R de masse négligeable. Le coffre repose au fond par une profondeur $h \gg a, R$. L'air injecté dans le ballon est modélisé par un gaz parfait de température constante, l'eau par un liquide incompressible de masse volumique ρ .

1 - Exprimer le champ de pression $P(z)$ régnant dans l'eau. On notera P_0 la pression atmosphérique.

2 - Exprimer la force pressante subie par le coffre lorsqu'il touche le fond. En déduire que le volume minimal du ballon permettant de soulever le coffre vaut

$$V_0 = \frac{m}{\rho} + \frac{P_0 a^2}{\rho g} + h a^2$$

3 - Une fois le ballon a atteint ce volume, le coffre entame sa remontée. Exprimer la force pressante subie par le coffre une fois qu'il ne touche plus le fond, et en déduire le volume minimal du ballon empêchant qu'il ne redescende. En déduire que le plongeur peut cesser l'injection d'air dans le ballon dès que le coffre se soulève.

Le ballon est donc un système fermé pendant toute la remontée. Pour commencer, on le suppose indéformable, de volume V_0 déterminé à la question 2. Lors de la remontée, on modélise l'ensemble des frottements subis par le coffre et le ballon par une unique force $\vec{f} = -\lambda v \vec{e}_z$.

4 - Montrer que la vitesse v de remontée du coffre vérifie l'équation différentielle

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = A$$

avec τ et A deux constantes à déterminer.

5 - En déduire la position du coffre en fonction du temps $z(t)$.

6 - Les frottements de l'eau étant très forts, la durée Δt nécessaire pour remonter le coffre est très supérieure au temps caractéristique τ . Déterminer Δt en fonction de τ , A et h en faisant les approximations nécessaires.

Le ballon est en réalité déformable ... et il explose lorsque son rayon prend la valeur $R^* = 2R_0$. On suppose que la pression de l'air dans le ballon est égale à la pression dans l'eau environnante.

7 - Exprimer le volume du ballon $V(z)$ en fonction notamment de V_0 et h . Le volume du ballon augmente-t-il ou diminue-t-il lors de la remontée? Est-ce un avantage ou un inconvénient pour remonter le coffre?

8 - Calculer la hauteur z^* à laquelle le ballon explose, puis la profondeur maximale h_{\max} dont peut être remonté le coffre avec ce ballon.