Thermodynamique industrielle

Optimisation d'une installation motrice à vapeur

A - Cycle de Rankine

1 La pompe est supposée calorifugée (hypothèse H3) et la puissance indiquée fournie au fluide y est négligeable (hypothèse H4), donc d'après le premier principe

$$D_\mathrm{m}(h_2 - h_1) = \mathcal{P}_\mathrm{i} + \mathcal{P}_\mathrm{th} = 0 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{h_2 = h_1\,.}$$

2 Le cycle est représenté figure 1. On raisonne de la façon suivante :

- ▷ L'évolution dans le condenseur est isobare, donc $P_1 = P_4 = 0{,}1\,\mathrm{bar}$ et le fluide en sort à l'état de liquide saturant, ce qui permet de placer le point 1 sur la courbe d'ébullition ;
- ▷ L'évolution dans la pompe est isenthalpique, donc $h_2 = h_1$, et on connaît $P_2 = 30\,\mathrm{bar}$, ce qui permet de placer le point 2 ;
- ▷ L'évolution dans le générateur de vapeur est isobare, donc $P_3 = P_2$, et la turbine est alimentée en vapeur saturante sèche, ce qui permet de placer le point 3 sur la courbe de rosée ;
- ▷ La turbine est supposée réversible et calorifugée (hypothèses H2 et H3), donc la transformation y est isentropique, et on connaît la pression $P_4 = 0{,}1\,\mathrm{bar}$, ce qui permet de placer le point 4.

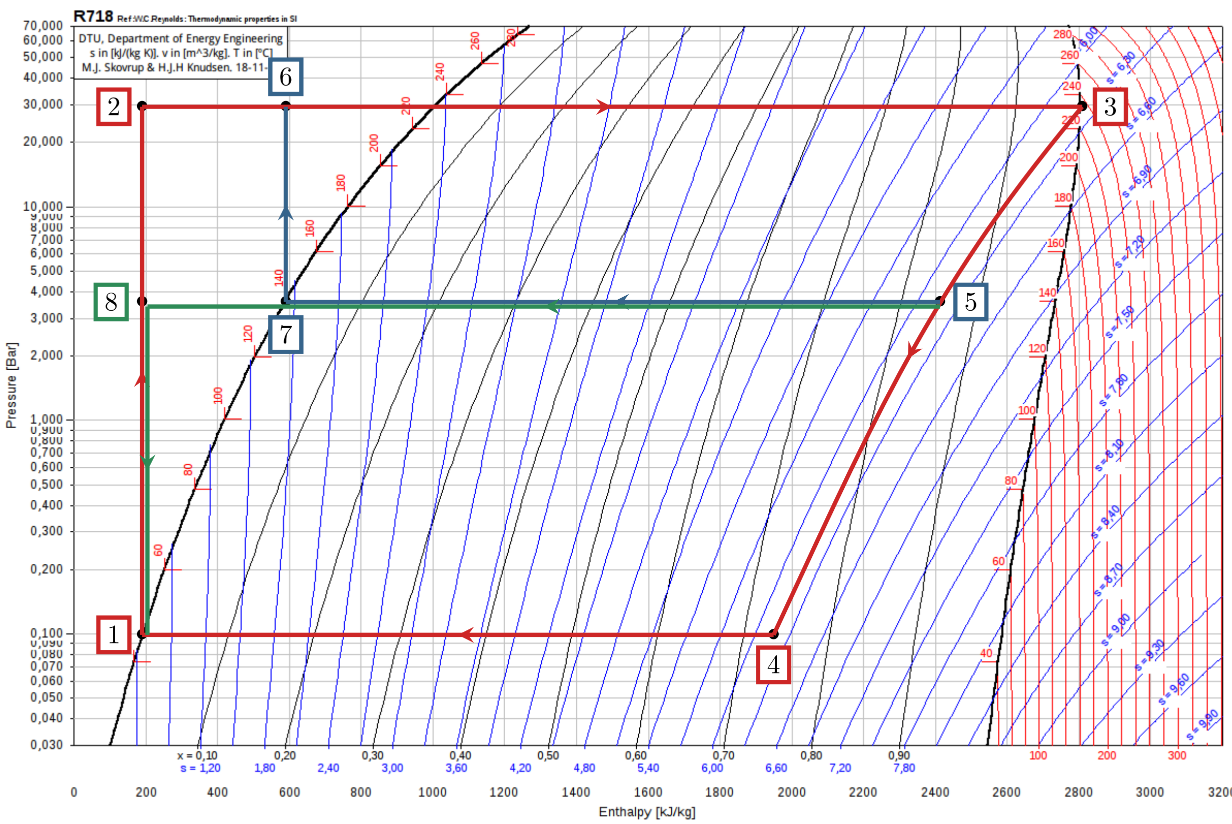

Figure 1 – Diagrammes des frigoristes de l'eau complété. Le cycle de Rankine est représenté en rouge, le circuit de soutirage avec réintroduction en aval en bleu, et le circuit de soutirage avec réintroduction en amont en vert.

3 Comme il s'agit d'un cycle moteur, le rendement est défini comme le rapport entre la puissance mécanique fournie et la puissance reçue de la part de la source chaude. La puissance mécanique $\mathcal{P}_\mathrm{turb}$ est reçue au niveau de la turbine, et la source chaude correspond au générateur de vapeur au sein duquel le fluide reçoit une puissance thermique $\mathcal{P}_{\text{GV}}$. Ainsi,

$$\boxed{\eta_0 = \left|\frac{\mathcal{P}_{\text{turb}}}{\mathcal{P}_{\text{GV}}}\right| = -\frac{\mathcal{P}_{\text{turb}}}{\mathcal{P}_{\text{GV}}}\,.}$$

Par application du premier principe au générateur de vapeur, sans pièce mobile,

$$D_{\text{m}}(h_3 - h_2) = \mathcal{P}_{\text{GV}} + \underbrace{\mathcal{P}_{\text{i}}}_{=0}$$

et à la turbine, supposée calorifugée (hypothèse H3),

$$D_{\text{m}}(h_4 - h_3) = \underbrace{\mathcal{P}_{\text{th}}}_{=0} + \mathcal{P}_{\text{turb}}\,.$$

On en déduit

$$\eta_0 = -\frac{D_{\text{m}}(h_4 - h_3)}{D_{\text{m}}(h_3 - h_2)} \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\eta_0 = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_2}\,.}$$

Par lecture graphique du diagramme,

$$\eta_0 = \frac{2800 - 1950}{2800 - 190} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\eta_0 = 0{,}32\,.}$$

4 En considérant les températures des sources égales aux températures extrêmes du fluide au cours du cycle, le rendement de Carnot d'un cycle moteur ditherme est donné par

$$\boxed{\eta_{\max} = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}} = 0{,}37}$$

avec pour ce cycle $T_{\min} = 45\,°\text{C} = 318\,\text{K}$ et $T_{\max} = 230\,°\text{C} = 503\,\text{K}$. On trouve comme il se doit $\eta_0 < \eta_{\max}$, ce qui est dû aux irréversibilités au cours du cycle, en particulier lors des changements d'état.

B - Installation à soutirage avec réintroduction de liquide en aval

5 Par hypothèse, les deux fluides sortent du réchauffeur à la température T_6 donc $T_7 = T_6$. De plus, le réchauffeur est sans pièce mobile (c'est un échangeur) et réversible (hypothèse H2), donc d'après la partie **??** le fluide y subit des transformations isobares. Comme le fluide soutiré ne fait que se liquéfier au sein du réchauffeur, et qu'un changement d'état isobare est nécessairement isotherme également, alors $T_7 = T_5$.

La température et la pression au point 6 sont connues, ce qui permet de la placer. On connaît de même la température T_7 et on sait que le fluide y est à l'état de liquide saturant, ce qui permet de le placer sur le courbe de saturation. Le fluide est soutiré au cours de la détente, donc le point 5 est nécessairement sur la courbe $3 \to 4$, et on connaît $T_5 = 140\,°\text{C}$, ce qui permet de le placer.

Par lecture graphique des isotitres, le titre en vapeur de la vapeur soutirée vaut $x_5 \simeq 0{,}85$.

6 Étudions successivement les deux fluides en contact dans le réchauffeur. Ils échangent une puissance interne $\mathcal{P}_{\text{int}}$, orientée du fluide soutiré vers le fluide principal. Comme le réchauffeur est globalement calorifugé et sans pièce mobile, les deux fluides ne reçoivent pas d'autre puissance. Pour le fluide soutiré,

$$\alpha D_{\text{m}}(h_7 - h_5) = -\mathcal{P}_{\text{int}}\,.$$

Pour le fluide principal,

$$(1-\alpha) D_{\text{m}}(h_6 - h_2) = +\mathcal{P}_{\text{int}}\,.$$

On en déduit par addition et simplification par D_{m}

$$\alpha(h_7 - h_5) + (1-\alpha)(h_6 - h_2) = 0\,.$$

De plus, le passage dans la pompe est isenthalpique d'après la question 1, donc $h_7 = h_6$. Il vient alors

$$\alpha(h_6 - h_5) + (1-\alpha)(h_6 - h_2) = 0\,.$$

ce qui s'écrit bien

$$\boxed{h_6 = (1-\alpha)h_2 + \alpha h_5\,.}$$

On en déduit

$$\alpha(h_6 - h_5 + h_2 - h_6) = h_2 - h_6 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\alpha = \frac{h_2 - h_6}{h_2 - h_5} = 0{,}18\,,}$$

avec $h_5 = 2400\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$ et $h_6 = 600\,\mathrm{kJ\cdot kg^{-1}}$.

7 De la puissance est échangée avec la turbine au cours des étapes $3 \to 5$ et $5 \to 4$, mais le débit massique de fluide n'est pas le même dans les deux transformations. Sachant que la turbine est calorifugée, le premier principe donne

$$D_\mathrm{m}(h_5 - h_3) = \mathcal{P}_{\mathrm{turb},35} + 0 \qquad \text{et} \qquad (1-\alpha)D_\mathrm{m}(h_4 - h_5) = \mathcal{P}_{\mathrm{turb},54} + 0$$

Au total,

$$\mathcal{P}_\mathrm{turb} = \mathcal{P}_{\mathrm{turb},35} + \mathcal{P}_{\mathrm{turb},54} \qquad \text{soit} \qquad \mathcal{P}_\mathrm{turb} = D_\mathrm{m}(h_5 - h_3) + (1-\alpha)D_\mathrm{m}(h_4 - h_5)$$

ce qui s'écrit bien

$$\boxed{\mathcal{P}_\mathrm{turb} = D_\mathrm{m}\left[(1-\alpha)h_4 + \alpha h_5 - h_3\right]}$$

> *Ce résultat vient en fait directement en appliquant le premier principe à un système à deux entrées et une sortie ... mais si vous l'utilisez, il faut clairement l'annoncer dans la copie. En revanche, comme pour tous les systèmes à plusieurs entrées/sorties, il n'est pas possible de raisonner uniquement en grandeurs massiques : il faut tenir compte des débits.*

8 Par application du premier principe au générateur de vapeur comme à la question 3,

$$D_\mathrm{m}(h_3 - h_6) = \mathcal{P}_\mathrm{GV}\,.$$

On en déduit le rendement

$$\eta = -\frac{\mathcal{P}_\mathrm{turb}}{\mathcal{P}_\mathrm{GV}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\eta = \frac{h_3 - (1-\alpha)h_4 - \alpha h_5}{h_3 - h_6} = 0{,}35 > \eta_0\,.}$$

Le soutirage a donc permis d'augmenter le rendement d'environ 10 %.

C - Installation à soutirage avec réintroduction du liquide en amont

9 Le réchauffeur est isobare, donc $P_8 = P_5$. De plus, le détendeur est sans pièce mobile, et calorifugé (hypothèse H3). D'après le premier principe,

$$D_\mathrm{m}(h_1 - h_8) = \underbrace{\mathcal{P}_\mathrm{i}}_{=0} + \underbrace{\mathcal{P}_\mathrm{th}}_{=0} \qquad \text{d'où} \qquad h_8 = h_1\,.$$

Le point 8 se trouve donc à la verticale du point 1, ce qui permet de le placer sur le diagramme.

> *Attention, le point 8 n'est pas confondu avec le point 7 : les échangeurs sont différents dans les installations amont ou aval. Dans l'installation aval, les échangeurs sont de type co-courant : les écoulements sont parallèles et dans le même sens (les deux entrées sont côte à côte, les deux sorties aussi). Au contraire, dans l'installation amont, les échangeurs sont de type contre-courant : les écoulements sont parallèles mais en sens opposés (l'entrée d'un fluide se trouve à côté de la sortie de l'autre et réciproquement).*

10 Les deux bilans thermodynamiques pour les deux fluides du réchauffeur prennent une forme analogue à la question 6. Pour le fluide soutiré,

$$\beta D_\mathrm{m}(h_8 - h_5) = -\mathcal{P}_\mathrm{int}\,,$$

et pour le fluide principal, dont le débit massique est désormais D_m à cause de la réintroduction amont,

$$D_\mathrm{m}(h_6 - h_2) = +\mathcal{P}_\mathrm{int}\,.$$

Comme le détendeur et la pompe sont isenthalpiques (cf. questions précédentes !), on a $h_8 = h_1 = h_2$. On en déduit par addition et simplification par D_m

$$\beta(h_2 - h_5) + (h_6 - h_2) = 0 \qquad \text{soit} \qquad \boxed{h_6 = (1-\beta)h_2 + \beta h_5\,.}$$

11 L'équation obtenue est identique à celle de la partie précédente, donc

$$\beta = \frac{h_2 - h_6}{h_2 - h_5}\,.$$

Si on impose des enthalpies massiques égales aux points 2, 5 et 6 du cycle avec réintroduction amont ou aval, alors en comparant l'expression de β avec celle que α obtenue question 6 on constate que **le débit de vapeur soutiré doit être le même** que la réintroduction de liquide se fasse en amont ou en aval du réchauffeur.