



BLAISE PASCAL
PT 2021-2022

DM 14 – à rendre lundi 14 mars

Ondes électromagnétiques

Vous êtes invités à porter une attention particulière à la rédaction et au soin de votre copie. Les numéros des questions doivent être mis en évidence et les résultats encadrés.

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours ou sur le serveur de la classe.



Flasher ce code pour
accéder au corrigé

Communication avec un satellite

Pour communiquer depuis la Terre avec un satellite en orbite, les ondes électromagnétiques doivent traverser l'atmosphère. Celle-ci peut être assimilée au vide en ce qui concerne la propagation des ondes électromagnétiques, à l'exception d'une couche située entre 60 et 800 km : l'ionosphère.

Sous l'influence du rayonnement solaire, l'air présent dans l'ionosphère s'ionise et devient un plasma, contenant des cations (masse m_c et charge $+e$) et des électrons (masse m_e et charge $-e$) avec une même densité volumique n . Ces charges sont soumises à l'action de l'onde électromagnétique.

On considère une onde transverse de la forme $\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_x$, et on cherche à déterminer son devenir quand elle pénètre dans l'ionosphère.

1 - Dans quelle direction se propage cette onde ? Quelle est sa polarisation ? Exprimer le champ magnétique associé dans le vide.

2 - Exprimer la force de Lorentz subie par une charge q en mouvement à la vitesse \vec{v} . À quelle condition sur v est-il possible de négliger la composante magnétique devant la composante électrique ? On suppose cette condition remplie par la suite.

3 - On note respectivement \vec{v}_c et \vec{v}_e les vitesses des cations et des électrons. Partant du principe fondamental de la dynamique, montrer que

$$\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = ne^2 \left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_c} \right) \vec{E}.$$

Il n'est pas interdit de retourner voir le lien entre la densité de courant et la vitesse des porteurs de charge dans le cours sur la conduction électrique ☺

4 - Rappeler l'ordre de grandeur de la masse d'un proton, en déduire celle de la masse d'un cation. Comparer à la masse d'un électron. En déduire une simplification de l'expression précédente.

5 - Montrer que le champ électrique vérifie l'équation de propagation

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{\omega_p^2}{c^2} \vec{E},$$

avec ω_p une pulsation caractéristique appelée pulsation plasma, à exprimer en fonction des données du problème.

Remarque culturelle : Cette équation, appelée équation de Klein-Gordon, apparaît dans de nombreux phénomènes ondulatoires.

6 - Établir la relation de dispersion du plasma.

7 - Exprimer le champ électrique de l'onde si $\omega < \omega_p$. On introduira une longueur caractéristique δ . L'onde peut-elle traverser l'ionosphère ? Qu'en est-il si $\omega > \omega_p$?

8 - Les satellites GPS émettent dans deux étroites bandes de fréquences centrées sur 1227 MHz et 1575 MHz. Commenter ce choix sachant que la pulsation plasma de l'ionosphère est de l'ordre de $10^7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.