Ondes électromagnétiques

Analyse documentaire : laser

A - Rappels sur les oscillateurs électroniques

B - Analogie avec le laser

1 Lors des transitions entre les niveaux (a) et (b), les photons doivent avoir une énergie $\varepsilon = E_b - E_a$ et donc une fréquence

$$f_{\mathrm{ab}} = \frac{E_b - E_a}{h}\,.$$

Cette fréquence est appelée **fréquence de Bohr** (p.128, colonne de gauche).

2 L'émission stimulée est un processus d'émission de photon par un atome : lorsque l'atome est dans l'état (b) et reçoit un photon de fréquence f_{ab}, il émet un photon identique au photon incident. On dit qu'il y a inversion de population entre les états (a) et (b) lorsque **la majorité des atomes sont dans l'état de plus haute énergie** (état (b)) par rapport à l'état de plus basse énergie : $N_b > N_a$.

Le processus d'émission stimulée conduit à une amplification du champ électromagnétique, l'absorption à une atténuation. Si $N_a > N_b$ il y a plus d'atomes susceptibles d'absorber les photons que d'atomes susceptibles d'en émettre : le champ est globalement atténué. Au contraire, si $N_b > N_a$ (inversion de population) alors l'amplification l'emporte.

3 Dans le cas d'un oscillateur électronique, l'énergie est apportée par l'ALI du bloc amplificateur, et plus précisément **par l'alimentation continue** $\pm 15\,\mathrm{V}$ de cet ALI.

4 Le bouclage du laser est réalisé **par le miroir**, qui renvoie l'onde dans la cavité (p.129, colonne de gauche). Dans le cas de l'oscillateur électronique, le signal de sortie du filtre est renvoyé en entrée de l'amplificateur **par un bête fil**.

5 « À cause du bouclage par les miroirs, le laser est un résonateur optique. Il possède différents modes de vibration possibles. » (p.129, colonne de gauche).

6 Le premier article indique (p.129, colonne de gauche) que **le milieu amplificateur sature** : « son gain diminue lorsque l'intensité est trop forte ».

C - Étude de la cavité

7 Si les deux miroirs étaient parfaitement réfléchissants, **aucune lumière ne pourrait sortir du laser**.

8 Lorsque l'onde fait un aller-retour dans la cavité, elle se réfléchit une fois sur le miroir partiel, d'où le coefficient r, et elle parcourt un chemin optique $2L$, d'où un déphasage

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2L = kL\,.$$

On en déduit qu'après un aller retour

$$s_1(x,t) = rS_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t+\Delta\phi)} = rS_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx+2kL-\omega t)}$$

Une onde ayant parcouru n allers-retours dans la cavité s'écrit donc

$$\boxed{s_n(x,t) = r^n S_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx+2nkL-\omega t)}\,.}$$

BY-NC-SA

> *Le résultat est ici très intuitif, mais pas immédiat à poser rigoureusement. En particulier, il est clairement faux d'écrire quelque chose comme $s_1(x,t) = r s_0(x+2L,t)$ puisque l'abscisse $x+2L$ se trouve à l'extérieur de la cavité.*

9 D'après le principe de superposition,

$$s(x,t) = s_0(x,t) + s_1(x,t) + s_2(x,t) + \ldots \qquad \text{soit} \qquad s(x,t) = \sum_{n=0}^{+\infty} s_n(x,t)\,.$$

Ainsi,

$$s(x,t) = \sum_{n=0}^{+\infty} r^n S_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx+2nkL-\omega t)} = S_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} \sum_{n=0}^{+\infty} r^n\, \mathrm{e}^{2\mathrm{i}nkL}\,.$$

On reconnaît la somme d'une série géométrique de raison $r\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL}$, et comme $\left|r\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL}\right| = r < 1$ cette série est convergente. On en déduit finalement

$$\boxed{s(x,t) = \frac{S_0}{1 - r\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL}}\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)}\,.}$$

10 Par définition,

$$\mathcal{I} = K\left|s^2\right| = \frac{K\, S_0^{\,2}}{\left|1 - r\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL}\right|^2}$$

avec K une constante de proportionnalité et

$$\begin{aligned}
\left|1 - r\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL}\right|^2 &= (1 - r\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL})(1 - r\,\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}kL}) \\
&= 1 + r^2 - r\left(\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL} + \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}kL}\right) \\
\left|1 - r\,\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kL}\right|^2 &= 1 + r^2 - 2r\cos(2kL)
\end{aligned}$$

En posant $\mathcal{I}_0 = K S_0^{\,2}$, il vient

$$\boxed{\mathcal{I} = \frac{\mathcal{I}_0}{1 + r^2 - 2r\cos(2kL)}\,.}$$

L'intensité est maximale lorsque le dénominateur est minimal, c'est-à-dire

$$\cos(2kL) = 1 \qquad \text{soit} \qquad 2kL = 2p\pi \qquad \text{donc} \qquad \boxed{k_p = \frac{p\pi}{L}\,,}$$

avec p un entier. D'après la relation de dispersion,

$$k_p = \frac{2\pi}{\lambda_p} = \frac{2\pi}{c}\nu_p = \frac{p\pi}{L} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\nu_p = \frac{pc}{2L}\,.}$$

En électronique, les oscillations sinusoïdales **ne peuvent exister qu'à une unique fréquence** alors qu'on trouve ici une infinité de fréquences régulièrement espacées pour lesquelles l'intensité dans la cavité est maximale.

11 D'après ce qui précède,

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{p\pi}{L} \qquad \text{soit} \qquad p = \frac{2L}{\lambda} = 6\cdot 10^5\,.$$

12 Pour qu'une onde de fréquence ν puisse exister dans le laser, elle doit vérifier deux conditions : d'une part elle doit pouvoir être amplifiée, donc ν doit correspondre à la fréquence de Bohr du milieu amplificateur, et d'autre part il doit s'agir d'une fréquence propre de la cavité. La cavité compte une infinité de fréquences propres, mais seul un petit nombre d'entre elles coïncide avec la fréquence de Bohr.

> *Dans le modèle simple développé dans l'article, la fréquence de Bohr serait unique et les fréquences propres du laser parfaitement définies ... il serait donc très improbable que les deux coïncident. En pratique, l'agitation thermique entraîne une dispersion des fréquences par effet Doppler et des fluctuations de la longueur de la cavité, ce qui assouplit le critère de coïncidence.*

(cc) BY-NC-SA

D - Propriétés du faisceau laser

13 L'écart entre deux modes consécutifs vaut

$$\Delta\nu = \nu_{p+1} - \nu_p = \frac{c}{2L}\,.$$

Par définition,

$$\boxed{\tau_\mathrm{c} = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{2L}{c} = 1{,}3\,\mathrm{ns} \qquad \text{et} \qquad L_\mathrm{c} = c\tau_\mathrm{c} = 2L = 40\,\mathrm{cm}\,.}$$

14 Pour des raies de faible largeur, on a

$$\Delta\nu = \left|\frac{\mathrm{d}\nu}{\mathrm{d}\lambda}\right|\Delta\lambda$$

et comme $\nu = c/\lambda$ alors

$$\frac{\mathrm{d}\nu}{\mathrm{d}\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}$$

d'où on déduit

$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{c}\Delta\nu = 1\cdot 10^{-3}\,\mathrm{nm}\,.}$$

La raie laser est donc **dix fois plus étroite** qu'une raie de lampe spectrale, il est donc « dix fois plus monochromatique ». Pour améliorer la monochromaticité, il faut **réduire le nombre de modes** contribuant à l'onde laser, et à la limite utiliser un laser monomode.

15 En ordre de grandeur, une lampe domestique rayonne une puissance de l'ordre de quelques dizaines de watt, qui est donc **nettement supérieure** à celle d'un laser.

La puissance émise par le laser est répartie sur un faisceau approximativement cylindrique dont on décrit la section par un cercle de rayon $a = 2\,\mathrm{mm}$. L'éclairement est donc

$$\mathcal{E}_\mathrm{las} = \frac{\mathcal{P}_\mathrm{las}}{\pi a^2} = 80\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}\,.$$

La puissance émise par la lampe est répartie de manière approximativement isotrope sur une sphère de rayon $R = 1\,\mathrm{m}$, d'où un éclairement

$$\mathcal{E}_\mathrm{a} = \frac{\mathcal{P}_\mathrm{a}}{4\pi R^2} = 5\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}\,.$$

Ainsi, l'éclairement est très supérieur dans le faisceau laser et c'est ce que signifie la phrase « un faisceau laser est puissant ».

16 Schématiquement, aucune énergie ne peut sortir de la cavité lorsqu'elle est fermée et elle s'y accumule. Toute l'énergie accumulée sort très rapidement lorsque la cavité s'ouvre, ce qui permet à cet instant d'ouverture d'atteindre une puissance et donc des éclairements très élevés.

(cc) BY-NC-SA

Étienne Thibierge, 25 mars 2022, www.etienne-thibierge.fr