



Montages à ALI

I - Filtre passe-bande à ALI

Raisonnons sur le schéma de la figure 1 où sont indiquées les différentes notations.

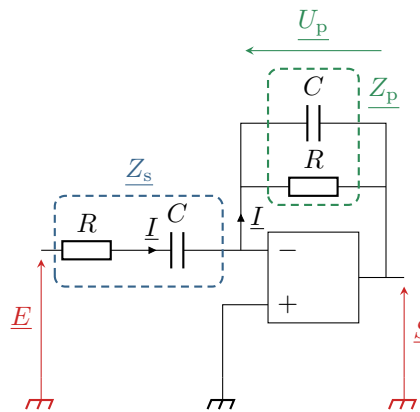


Figure 1 – Filtre passe-bande à ALI.

1 L'ALI ne compte qu'une **unique rétroaction négative**, il fonctionne donc probablement en régime linéaire. Cependant, il pourrait aussi fonctionner en régime de saturation si l'amplitude du signal d'entrée était trop élevée.

2 L'association parallèle, encadrée en vert sur la figure 1, est soumise à la tension $\underline{U}_p = \underline{V}_- - \underline{S} = -\underline{S}$ car le fonctionnement linéaire de l'ALI impose $\underline{V}_- = \underline{V}_+ = 0$.

- ▷ Limite haute fréquence : le condensateur équivaut à un fil, donc la tension \underline{U}_p à ses bornes est nulle, donc $\underline{S} = 0$.
- ▷ Limite basse fréquence : les condensateurs équivalent à un interrupteur ouvert, donc le courant \underline{I} est nul. Aucun courant ne traverse donc la résistance de l'association parallèle, donc la tension \underline{U}_p à ses bornes est nulle, donc $\underline{S} = 0$.

En conclusion, il s'agit bien d'un **filtre passe-bande**.

3 D'après la loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée \ominus de l'ALI,

$$\frac{\underline{E} - \underline{V}_-}{\underline{Z}_s} + \frac{\underline{S} - \underline{V}_-}{\underline{Z}_p} = 0,$$

et comme le fonctionnement est linéaire, $\underline{V}_- = \underline{V}_+ = 0$, d'où

$$\frac{\underline{E}}{\underline{Z}_s} + \frac{\underline{S}}{\underline{Z}_p} = 0,$$

d'où on déduit

$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = -\frac{\underline{Y}_s}{\underline{Y}_p} = -\frac{1}{\underline{Z}_s \underline{Y}_p}.$$

Les admittance et impédance équivalentes aux deux associations valent respectivement

$$\underline{Z}_s = R + \frac{1}{jC\omega} \quad \text{et} \quad \underline{Y}_p = \frac{1}{R} + jC\omega = \frac{1 + jRC\omega}{R}.$$

En remplaçant,

$$\begin{aligned} \underline{H} &= -\frac{1}{\left(R + \frac{1}{jC\omega}\right) \frac{1 + jRC\omega}{R}} \\ &= -\frac{1}{jRC\omega + 1 + 1 + \frac{1}{jRC\omega}} \\ &= -\frac{jRC\omega}{(jRC\omega)^2 + 2jRC\omega + 1} \\ \underline{H} &= -\frac{jRC\omega}{1 + 2jRC\omega - (RC)^2\omega^2}. \end{aligned}$$

4 Par identification des termes dépendant de ω ,

$$\begin{cases} \frac{j\omega H_0}{\omega_0 Q} = -jRC\omega \\ \frac{j\omega}{\omega_0 Q} = 2jRC\omega \\ -\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = -(RC)^2\omega^2 \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{RC} \\ Q = \frac{1}{2} \\ H_0 = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Attention à ne pas oublier le signe de H_0 ! Le montage est ici un filtre passe-bande inverseur, qui n'a pas d'équivalent avec les seuls dipôles R , L et C .

5 Raisonnons sur la forme canonique pour établir les équations des asymptotes.

• Limite basse fréquence :

$$\underline{H} \sim \frac{\frac{jx}{Q} H_0}{1} = \frac{jx}{Q} H_0 \quad \text{d'où} \quad G_{\text{dB}} = 20 \log x + 20 \log \left| \frac{H_0}{Q} \right| = 20 \log x$$

puisque dans ce cas précis $H_0 = Q = 1/2$.

• Limite haute fréquence :

$$\underline{H} \sim \frac{\frac{jx}{Q} H_0}{-x^2} = -\frac{j}{Qx} H_0 \quad \text{d'où} \quad G_{\text{dB}} = -20 \log x + 20 \log \left| \frac{H_0}{Q} \right| = -20 \log x$$

• Valeur exacte en $x = 1$:

$$\underline{H}(x=1) = \frac{j}{Q} H_0 = H_0 = -\frac{1}{2} \quad \text{d'où} \quad G_{\text{dB}}(x=1) = -20 \log 2 = -6 \text{ dB}.$$

On en déduit le tracé de la figure 2.

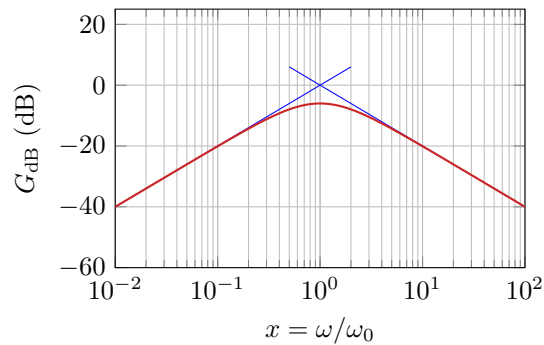


Figure 2 – Diagramme de Bode du filtre passe-bande actif.

II - Compétition de rétroaction

6 L'ALI compte **deux rétroactions, l'une positive et l'autre négative**, qui entrent en compétition : son régime de fonctionnement dépend des autres éléments du montage.

7 L'ALI étant idéal, la loi des nœuds en termes de potentiel à l'entrée \ominus s'écrit

$$\frac{e - v^-}{R} + \frac{s - v^-}{R} = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{v^- = \frac{e + s}{2}}.$$

En identifiant un pont diviseur de tension, on trouve

$$\frac{v^+}{s} = \frac{R}{R + kR} \quad \text{soit} \quad \boxed{v^+ = \frac{1}{k+1}s}.$$

8 Supposons le fonctionnement linéaire. De la question précédente on déduit

$$\varepsilon = v^+ - v^- = \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{2} \right) s - \frac{e}{2} = \frac{1-k}{2(k+1)} s - \frac{e}{2}.$$

Ainsi,

$$\underline{S} = \underline{H}_{\text{ALI}} \varepsilon = \frac{A_0}{1 + j\omega\tau} \left(\frac{1-k}{2(k+1)} \underline{S} - \frac{\underline{E}}{2} \right).$$

En regroupant,

$$\left(1 + j\omega\tau - \frac{A_0(1-k)}{2(k+1)} \right) \underline{S} = -\frac{A_0}{2} \underline{E} \quad \text{soit} \quad 2 \left(1 + j\omega\tau + \frac{A_0(k-1)}{2(k+1)} \right) \underline{S} = -A_0 \underline{E}$$

ce qui conduit au résultat annoncé

$$\boxed{\underline{H} = \frac{-A_0}{2 + \frac{k-1}{k+1}A_0 + 2j\omega\tau}}.$$

Pensez à la simplicité des calculs, en limitant les fractions de fractions de fractions ... et en vous rappelant que le risque d'erreur augmente exponentiellement avec la taille du dénominateur !

Le régime linéaire est stable si tous les coefficients du polynôme en $j\omega$ du dénominateur sont de même signe. Comme $2\tau > 0$, le montage est stable si

$$\boxed{2 + \frac{k-1}{k+1}A_0 > 0}.$$

9 Le gain statique est de l'ordre de 10^5 . La condition de stabilité s'écrivant également

$$\frac{k-1}{k+1} > \frac{-2}{A_0} \simeq 0$$

on peut approximer l'inégalité par

$$\boxed{k \geq 1}.$$

10 Un ALI de gain infini en régime linéaire vérifie $v^+ = v^-$, soit

$$\frac{1}{k+1}s = \frac{e+s}{2} \quad \text{soit} \quad \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{2}\right)s = \frac{e}{2} \quad \text{donc} \quad \frac{1-k}{2(1+k)}s = \frac{e}{2},$$

ce que l'on peut finalement écrire

$$s = \frac{1+k}{1-k}e.$$

Cette relation est représentée graphiquement figure 3. La fonction de transfert s/e est réelle et inférieure à -1 : le signal de sortie est inversé par rapport au signal d'entrée, et amplifié. Le montage est bien un **amplificateur inverseur**.

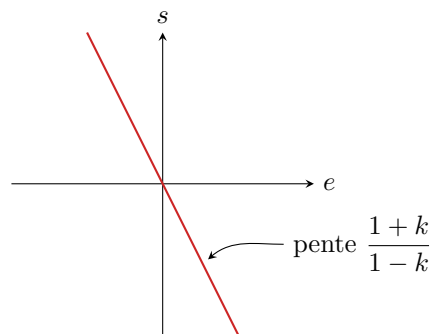


Figure 3 – Relation entrée-sortie pour $k > 1$. Cette représentation est valable tant que $|s| < V_{\text{sat}}$.

11 Supposons l'ALI en saturation haute : $s = +V_{\text{sat}}$. Il y reste tant que

$$v^+ > v^- \quad \text{soit} \quad \frac{1}{1+k}V_{\text{sat}} > \frac{e+V_{\text{sat}}}{2} \quad \text{donc} \quad e < \left(\frac{2}{1+k} - 1\right)V_{\text{sat}}$$

ce qui s'écrit

$$e < \frac{1-k}{1+k}V_{\text{sat}} = \beta V_{\text{sat}}.$$

Supposons maintenant l'ALI en saturation basse : $s = -V_{\text{sat}}$. Il y reste tant que

$$v^- > v^+ \quad \text{soit} \quad \frac{e-V_{\text{sat}}}{2} > -\frac{1}{1+k}V_{\text{sat}} \quad \text{donc} \quad e > \left(1 - \frac{2}{1+k}\right)V_{\text{sat}}$$

ce qui s'écrit

$$e > \frac{k-1}{k+1}V_{\text{sat}} = -\beta V_{\text{sat}}.$$

12 Cf. figure 4. Il s'agit d'un **comparateur à hystérésis inverseur**.

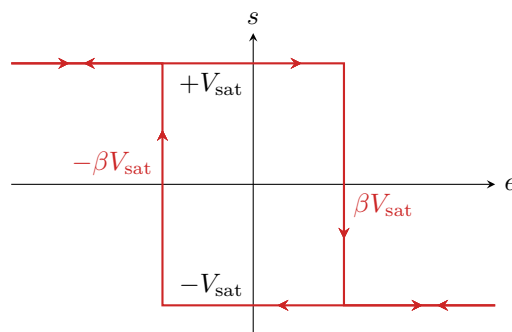


Figure 4 – Relation entrée-sortie pour $k < 1$.

13 Pour $k = 2$, le montage fonctionne en amplificateur inverseur, de gain égal à -2 ; alors que pour $k = 2/3$ il fonctionne en comparateur à hystérésis, dont les tensions de basculement valent $\pm 3V$. On en déduit le tracé de la figure 5.

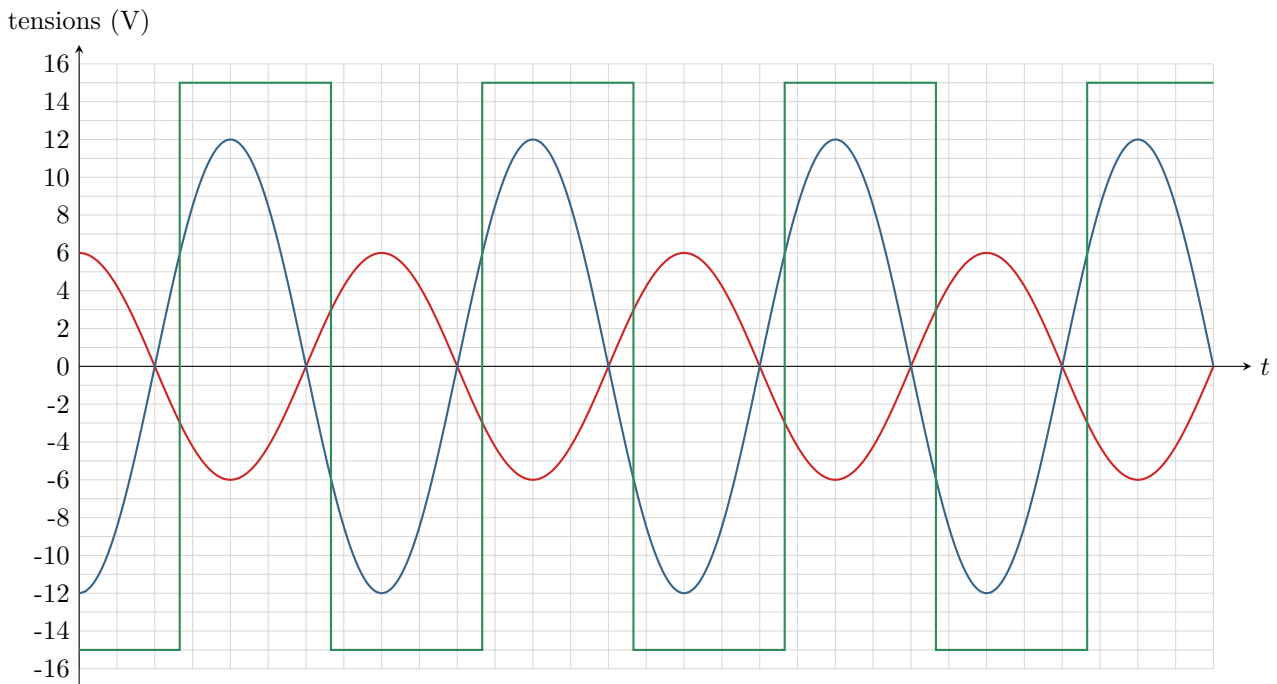


Figure 5 – Tensions de sortie du montage pour deux valeurs de k . La courbe bleue correspond à $k = 3$ (fonctionnement linéaire de l'ALI), la courbe verte à $k = 2/3$ (fonctionnement en saturation).

III - Capacité variable

14 Le courant traversant la résistance R_1 vaut

$$\underline{i}_1 = \frac{\underline{u} - \underline{v}_s}{R_1}.$$

L'ALI fonctionnant en régime linéaire, $\underline{v}_- = \underline{v}_+ = 0$. Le condensateur est soumis à la tension $\underline{u} - \underline{v}_- = \underline{u}$, et donc traversé par un courant

$$\underline{i}_2 = jC\omega \underline{u}.$$

Enfin, d'après la loi des nœuds,

$$\underline{i} = \underline{i}_1 + \underline{i}_2 = \frac{\underline{u} - \underline{v}_s}{R_1} + jC\omega \underline{u}$$

ce qui donne finalement

$$\underline{i} = \left(\frac{1}{R_1} + jC\omega \right) \underline{u} - \frac{1}{R_1} \underline{v}_s.$$

15 La loi des nœuds en potentiel écrite à l'entrée \ominus de l'ALI s'écrit

$$\frac{\underline{u} - \underline{v}_-}{1/jC\omega} + \frac{\underline{v}_s - \underline{v}_-}{R_2} = 0.$$

Comme $\underline{v}_- = 0$, cette relation se réécrit

$$\underline{v}_s = -jR_2C\omega \underline{u}.$$

16 Par définition, l'admittance d'entrée du montage vaut $\underline{Z} = \underline{u}/\underline{i}$. En combinant le résultat des deux premières questions,

$$\begin{aligned} \underline{i} &= \left(\frac{1}{R_1} + jC\omega \right) \underline{u} + \frac{jR_2C\omega}{R_1} \underline{u} \\ \underline{i} &= \left(\frac{1}{R_1} + j \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) C\omega \right) \underline{u} \end{aligned}$$

Par identification, on en déduit l'impédance d'entrée du montage

$$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + j \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) C\omega}.$$

Par ailleurs, l'admittance équivalente à l'association parallèle d'une résistance $R_{\text{éq}}$ et d'un condensateur $C_{\text{éq}}$ s'écrit

$$\underline{Y}_{\text{éq}} = \frac{1}{R_{\text{éq}}} + jC_{\text{éq}}\omega.$$

En identifiant avec ce qui précède, on en déduit

$$R_{\text{éq}} = R_1 \quad \text{et} \quad C_{\text{éq}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) C.$$

Ainsi, le montage permet de réaliser une capacité $C_{\text{éq}}$ de valeur potentiellement supérieure à C , et simplement réglable en modifiant la résistance R_2 .