



Oscillateurs électroniques

Motorisation d'un véhicule électrique

CCP PSI 2018

Conversion de puissance et alimentation d'un véhicule électrique

24 La période de la tension réduite, égale à celle de la tension de consigne, est très grande devant la période de la tension triangulaire, égale à la période de découpage.

25 Si $v_{\text{réd}}(t) > \Delta(t)$, alors d'après la loi des mailles $v_{\text{déc}} = +E$, alors que si $v_{\text{réd}}(t) < \Delta(t)$, alors $v_{\text{déc}} = -E$. Chronogramme représenté figure 1.

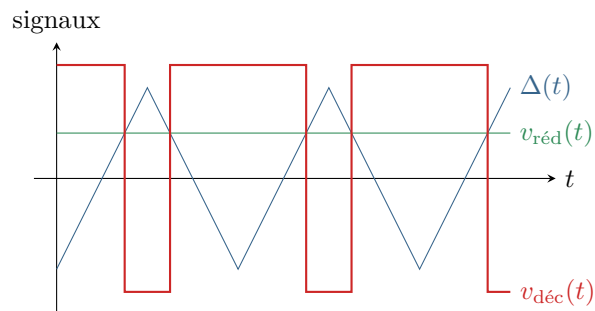


Figure 1 – Allure de la tension découpée.

26 Raisonnons pour simplifier sur la première demi-période, c'est-à-dire supposons $t_0 = 0$. En posant $V_0 = 1 \text{ V}$, la tension Δ peut s'écrire

$$\Delta(t) = -V_0 + \frac{2V_0}{T/2}t = -V_0 + \frac{4V_0 t}{T}.$$

On a $\Delta(t) < v_{\text{réd}}$ pendant une durée τ telle que

$$-V_0 + \frac{4V_0 \tau}{T} = v_{\text{réd}} \quad \text{soit} \quad \tau = \frac{V_0 + v_{\text{réd}}}{4V_0} T = \frac{T}{4} \left(1 + \frac{v_{\text{réd}}}{V_0} \right).$$

Ainsi, en calculant la moyenne à partir d'une demi-période,

$$\begin{aligned} \langle v_{\text{déc}} \rangle &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} v_{\text{déc}}(t) dt \\ &= \frac{2}{T} \left[\int_0^\tau E dt + \int_\tau^{T/2} -E dt \right] \\ &= \frac{2}{T} \left[E \times \tau - E \times \left(\frac{T}{2} - \tau \right) \right] \\ &= \frac{2}{T} \left[E \times \frac{T}{4} \left(1 + \frac{v_{\text{réd}}}{V_0} \right) - E \times \frac{T}{4} \left(1 - \frac{v_{\text{réd}}}{V_0} \right) \right] \\ &= E \frac{v_{\text{réd}}}{V_0}. \end{aligned}$$

Puisque $v_{\text{réd}} = K v_{\text{cons}}$, on veut

$$E \frac{K v_{\text{cons}}}{V_0} = v_{\text{cons}} \quad \text{soit} \quad \boxed{K = \frac{V_0}{E}}.$$

Le raisonnement se généralise sans peine à t_0 quelconque.

Génération du signal $\Delta(t)$

En « déplaçant des fils », le montage de la figure 8 de l'énoncé peut être redessiné sous la forme de la figure 2, plus classique. Les nœuds N, M, P et Q sont indiqués pour mieux visualiser les correspondances.

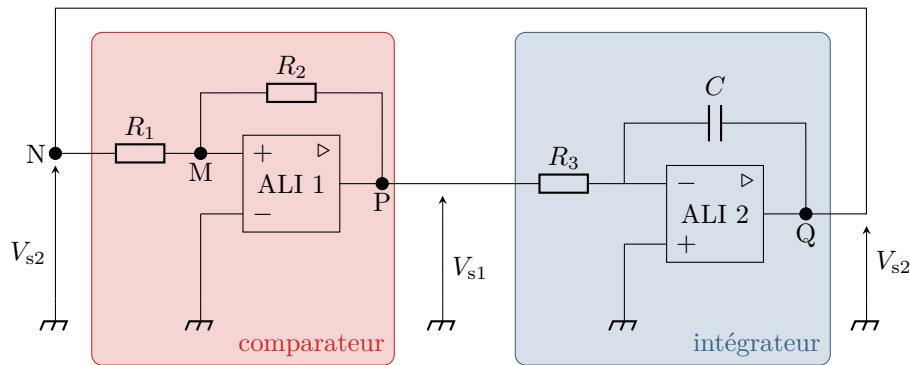


Figure 2 – Autre schéma du montage de la figure 8 de l'énoncé.

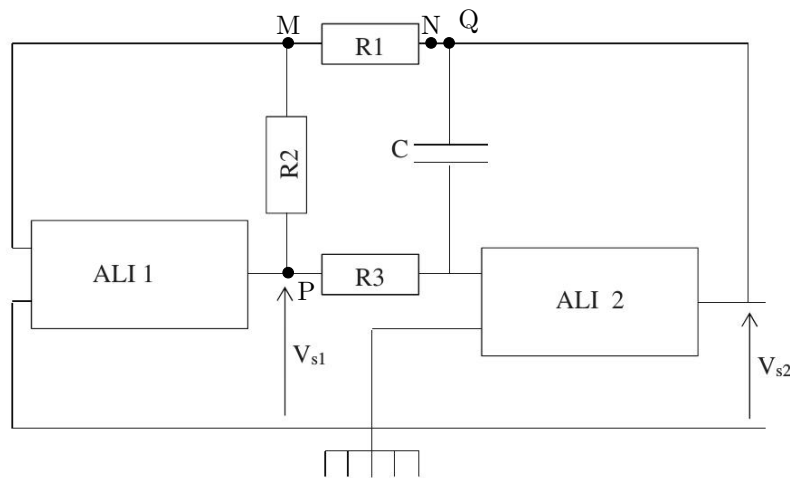


Figure 8 – Générateur de tension triangulaire

L'identification des blocs doit être justifiée un minimum ! Vous ne pouvez pas déplacer les dipôles sans rien expliquer, au risque que votre réponse passe pour du bluff. Montrer les nœuds est une possibilité, une autre consiste p.ex. à reproduire le schéma à l'identique en coloriant les deux blocs de deux couleurs différentes.

27 Le comparateur à hystérésis inclut les deux résistances R_1 et R_2 , qui bouclent sur l'entrée \oplus de l'ALI car il fonctionne en saturation. L'entrée du comparateur est la tension V_{s2} , sa sortie la tension V_{s1} .

28 D'après la loi des nœuds en termes de potentiel au nœud M, sans préjuger de l'état de saturation de l'ALI,

$$\frac{V_{s2} - V_M}{R_1} + \frac{V_{s1} - V_M}{R_2} = 0$$

d'où on déduit

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} V_M = \frac{V_{s2}}{R_1} + \frac{V_{s1}}{R_2}.$$

De plus on a dans tous les cas $V_{1-} = 0$.

Supposons l'ALI 1 en saturation haute, c'est-à-dire $V_{s1} = V_{sat}$ et $\varepsilon_1 > 0$, ce qui donne

$$V_M > 0 \quad \text{soit} \quad \frac{V_{s2}}{R_1} + \frac{V_{sat}}{R_2} > 0 \quad \text{donc} \quad V_{s2} > -\frac{R_1}{R_2} V_{sat}.$$

Si l'ALI 1 est en saturation haute, il y reste tant que $V_{s2} > -\frac{R_1}{R_2} V_{sat}$.

Supposons maintenant l'ALI 1 en saturation basse, c'est-à-dire $V_{s1} = -V_{sat}$ et $\varepsilon_1 < 0$, ce qui donne

$$V_M < 0 \quad \text{soit} \quad \frac{V_{s2}}{R_1} - \frac{V_{sat}}{R_2} < 0 \quad \text{donc} \quad V_{s2} < \frac{R_1}{R_2} V_{sat}.$$

Si l'ALI 1 est en saturation basse, il y reste tant que $V_{s2} < \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$.

On en déduit le cycle de la figure 3 : on part de V_{s2} très grand, où l'on est certain que l'ALI est en saturation haute, et on poursuit le tracé avec les conditions ci-dessus.

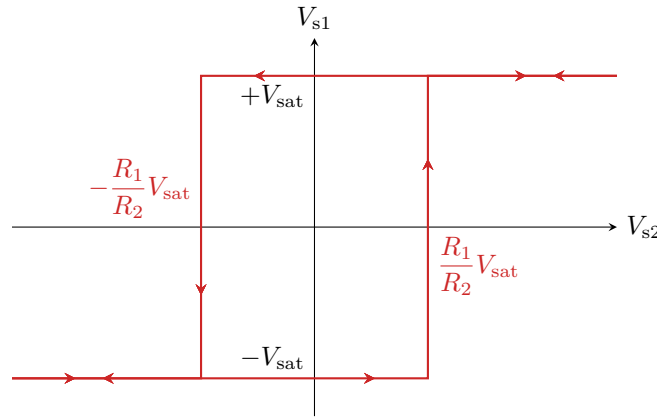


Figure 3 – Cycle du comparateur à hystérésis.

29 Voir figure 2. L'entrée de l'intégrateur est la tension V_{s1} , la sortie la tension V_{s2} .

30 L'ALI 2 fonctionne en régime linéaire, donc $V_{2-} = V_{2+} = 0$. La loi des nœuds en potentiel son entrée \ominus s'écrit

$$\frac{V_{s1} - 0}{R_3} + \frac{V_{s2} - 0}{1/jC\omega} = 0 \quad \text{d'où} \quad jR_3C\omega V_{s2} = -V_{s1}.$$

Dans le domaine temporel, on obtient

$$R_3C \frac{dv_{s2}}{dt} = -v_{s1}.$$

Attention, une relation intégrale n'est pas une équation différentielle.

31 • **Amplitude** : Pour que la tension triangle ait une amplitude $V_0 = 1$ V, il faut que les tensions de basculement soient égales à $\pm V_0$, soit

$$\frac{R_1}{R_2} V_{sat} = V_0 \quad \text{soit} \quad R_2 = \frac{V_{sat}}{V_0} R_1 = 15 R_1.$$

• **Fréquence** : Supposons qu'à l'instant $t = 0$ l'ALI 1 vient de basculer en saturation haute, soit $V_{s1}(0^+) = V_{sat}$ et $V_{s2}(0^+) = \frac{R_1}{R_2} V_{sat}$ (tension de basculement). Alors, en sortie de l'intégrateur,

$$V_{s2}(t) = \frac{R_1}{R_2} V_{sat} - \frac{V_{sat}}{RC} t.$$

Cette phase dure jusqu'à l'instant t_1 où l'ALI 1 bascule, c'est-à-dire

$$V_{s2}(t_1) = \frac{R_1}{R_2} V_{sat} - \frac{V_{sat}}{R_3C} t_1 = -\frac{R_1}{R_2} V_{sat},$$

ce qui s'écrit aussi

$$\frac{t_1}{R_3C} = 2 \frac{R_1}{R_2}.$$

Comme t_1 correspond à une demi-période, on en déduit

$$\frac{1}{2f R_3C} = 2 \frac{R_1}{R_2} = 2 \frac{V_0}{V_{sat}}$$

ce qui peut s'écrire finalement comme

$$R_3C = \frac{V_{sat}}{4fV_0} = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ s.}$$

32 Les deux connexions restantes servent à **alimenter l'ALI** par une tension continue symétrique ± 15 V.

Il existe en fait encore deux connexions de plus, qui permettent de compenser certains défauts de l'ALI, en l'occurrence la tension d'offset ... mais il ne faut pas que ce soit les premières auxquelles vous pensiez !

Oscillateur déphaseur à trois ALI

1 Par une loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée \ominus de l'ALI ①,

$$\frac{S_3 - V_{1-}}{R_1} + \frac{S_1 - V_{1-}}{R_1} = 0 \quad \text{soit} \quad \underline{V_{1-}} = \frac{S_1 + S_3}{2}.$$

Par un pont diviseur appliqué sur la branche passant par l'entrée \oplus de l'ALI ②,

$$\underline{V_{1+}} = \frac{R_1}{R_1 + 1/jC\omega} S_3 = \frac{jR_1C\omega}{1 + jR_1C\omega} S_3 = \frac{j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} S_3$$

L'ALI ne compte qu'une rétroaction négative, il fonctionne donc en régime linéaire, d'où

$$\begin{aligned} \frac{S_1 + S_3}{2} &= \frac{j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} S_3 \\ \frac{S_1}{S_3} + 1 &= \frac{2j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} \\ \underline{H_1} &= \frac{2j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} - 1 \\ \underline{H_1} &= \frac{j\omega\tau_1 - 1}{j\omega\tau_1 + 1}. \end{aligned}$$

2 $\underline{H_1}$ est le rapport de deux nombres complexes conjugués, donc

$$|\underline{H_1}| = 1.$$

Par ailleurs, on peut écrire

$$\underline{H_1} = -\frac{1 - j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1}$$

d'où on déduit

$$\begin{aligned} \arg \underline{H_1} &= \arg(-1) + \arg(1 - j\omega\tau_1) - \arg(1 + j\omega\tau_1) \\ &= \pi + \arctan(-\omega\tau_1) - \arctan(\omega\tau_1) \end{aligned}$$

$$\boxed{\arg \underline{H_1} = \pi - 2 \arctan(\omega\tau_1).}$$

Rappelons que l'argument d'un complexe $\underline{Z} = X + jY$ vaut $\arctan Y/X$, **mais seulement si** $X > 0$... et si $X < 0$ on traite le signe séparément pour s'y ramener : comme $-X > 0$

$$\arg \underline{Z} = \arg(-1) + \arg(-X - jY) = \pi + \arctan \frac{-Y}{-X} = \pi + \arctan \frac{Y}{X}$$

3 Le bloc ② est identique au bloc ①, c'est donc sans grand mérite qu'on donne

$$\underline{H_2} = \frac{j\omega\tau_2 - 1}{j\omega\tau_2 + 1}.$$

4 La loi des nœuds en potentiel appliquée à l'entrée \ominus de l'ALI ③ s'écrit

$$\frac{S_3 - V_{3-}}{xR_3} + \frac{S_2 - V_{3-}}{R_3} = 0$$

L'ALI ③ fonctionnant en régime linéaire, $V_{3-} = V_{3+} = 0$, ce qui permet de simplifier l'équation précédente sous la forme

$$\frac{S_3}{x} + S_2 = 0 \quad \text{d'où} \quad \boxed{\underline{H_3} = -x.}$$

| Pas de surprise ici, puisqu'on reconnaît le montage amplificateur inverseur.

5 Supposons le régime sinusoïdal établi, pour travailler avec les fonctions de transfert, et revenir ensuite à l'équation différentielle. On a alors

$$\underline{S}_3 = \underline{H}_3 \underline{H}_2 \underline{H}_1 \underline{S}_3 \quad \text{soit} \quad \underline{S}_3 = -x \times \frac{j\omega\tau_2 - 1}{j\omega\tau_2 + 1} \times \frac{j\omega\tau_1 - 1}{j\omega\tau_1 + 1} \underline{S}_3.$$

Par un produit en croix, et en développant,

$$\begin{aligned} ((j\omega)^2\tau_1\tau_2 + j\omega(\tau_1 + \tau_2) + 1) \underline{S}_3 &= -x ((j\omega)^2\tau_1\tau_2 - j\omega(\tau_1 + \tau_2) + 1) \underline{S}_3 \\ \tau_1\tau_2 \frac{d^2s_3}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \frac{ds_3}{dt} + s_3 &= -x\tau_1\tau_2 \frac{d^2s_3}{dt^2} + x(\tau_1 + \tau_2) \frac{ds_3}{dt} - xs_3 \end{aligned}$$

et en regroupant les termes du côté gauche de l'égalité on obtient bien

$$\tau_1\tau_2(1+x) \frac{d^2s_3}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2)(1-x) \frac{ds_3}{dt} + (1+x)s_3 = 0.$$

6 Pour que des oscillations apparaissent, il faut que l'équation ci-dessus soit instable, ce qui nécessite $x > 1$ car les coefficients deviennent de signes différents. L'amplitude des oscillations sera limitée **par la saturation des ALI**, à la valeur $V_{\text{sat}} = 15 \text{ V}$.

7 Supposer les oscillations parfaitement sinusoïdales signifie que le terme en dérivée première est nulle, soit $x = 1$. L'équation différentielle s'écrit alors

$$2\tau_1\tau_2 \frac{d^2s_3}{dt^2} + 2s_3 = 0 \quad \text{ou encore} \quad \frac{d^2s_3}{dt^2} + \frac{1}{\tau_1\tau_2} s_3 = 0.$$

On reconnaît l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}}.$$

8 Lorsque $x = 1$, on a $|\underline{H}_1| = |\underline{H}_2| = |\underline{H}_3| = 1$, ce qui signifie que les trois tensions **ont la même amplitude**, égale à V_{sat} comme indiqué précédemment.

9 Prenons comme référence $\varphi_3 = 0$. On a alors

$$\varphi_1 = \varphi_3 + \arg \underline{H}_1 = \pi - 2 \arctan(\omega_0\tau_1) = \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\right)$$

puis

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_1 + \arg \underline{H}_2 \\ &= \varphi_1 + \pi - 2 \arctan(\omega_0\tau_2) \\ &= \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) + \pi - 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right) \\ &= 2\pi - 2 \left[\arctan\left(\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}}\right) + \arctan\left(\sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}\right) \right] \\ &= 2\pi - 2 \times \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\varphi_2 = \pi}$$

Ainsi, la tension φ_2 est **toujours en opposition de phase** avec la tension φ_3 , quels que soient les résistances choisies ... ce qui est **parfaitement cohérent avec le gain réel négatif** de l'amplificateur inverseur, qui impose un déphasage de π entre l'entrée s_2 et la sortie s_3 .

10 Supposons par exemple que les tensions voulues soient s_3 et s_1 . La condition sur le déphasage s'écrit

$$\varphi_1 = \pi - 2 \arctan\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} = \frac{\pi}{3} \quad \text{soit} \quad 2 \arctan\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} = \frac{2\pi}{3}$$

et ainsi

$$\sqrt{\frac{\tau_1}{\tau_2}} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \quad \text{donc} \quad \frac{\tau_1}{\tau_2} = 3.$$

En y ajoutant la contrainte sur la pulsation, $\omega_0 = \Omega$, on a donc deux conditions qui doivent être vérifiées simultanément :

$$\begin{cases} \tau_1 \tau_2 = \frac{1}{\Omega^2} \\ \frac{\tau_1}{\tau_2} = 3 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} \tau_1^2 = \frac{3}{\Omega^2} \\ \tau_2^2 = \frac{1}{3\Omega^2} \end{cases}$$

soit finalement

$$R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\pi fC} = 1,10 \text{ k}\Omega \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{3}fC} = 368 \Omega.$$