



BLAISE PASCAL
PT 2022-2023





DM 8 – à rendre lundi 21 novembre

Statique des fluides

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours ou sur le serveur de la classe.



Flasher ce code pour accéder au corrigé

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	exercice I + questions 7 à 11 facultatives mais recommandées
	Ceinture jaune	exercice I + questions 7 à 11
	Ceinture rouge	tout jusqu'à la question 11
	Ceinture noire	tout

I - Tunnel de l'aquarium Nausicaa

L'aquarium Nausicaa de Boulogne-sur-Mer est le plus grand d'Europe. Parmi les divers espaces dans lesquels il propose à ses visiteurs d'observer les animaux marins figure un tunnel sous-marin long de 18 m. Ce tunnel peut être approximé par un demi-cylindre de rayon $a = 3$ m et de longueur $L = 18$ m se trouvant au fond d'un bassin profond de $H = 8$ m. On cherche à estimer la résultante des forces pressantes subies par les vitres constituant le tunnel.

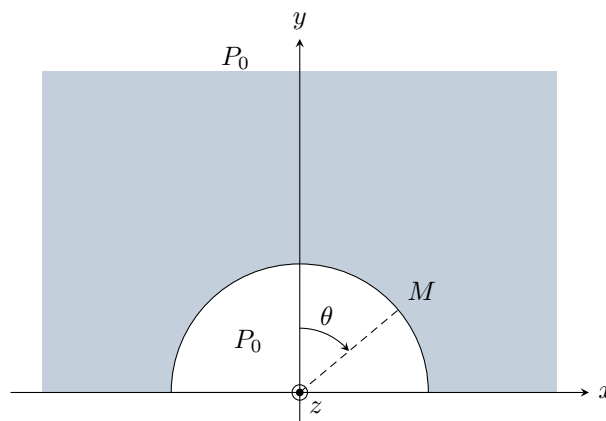


Figure 1 – Tunnel de l'aquarium Nausicaa.

- 1 - Exprimer le champ de pression $P(y)$ dans l'eau de l'aquarium.
- 2 - Montrer sans calcul que la résultante des forces pressantes subies par le tunnel est dirigée selon $-\vec{e}_y$.
- 3 - Montrer que la composante $dF_{p,y}$ de la force pressante subie par l'élément de surface dS centré sur le point M s'écrit

$$dF_{p,y} = \left(\frac{1}{2} \rho g a^2 - \rho g H a \cos \theta + \frac{1}{2} \rho g a^2 \cos(2\theta) \right) d\theta dz.$$

- 4 - En déduire la résultante des forces pressantes. Calculer sa valeur numérique.

II - Bulles de champagne

inspiré Concours Général des lycées 2016

De l'initiative est attendue de la part du candidat concernant les modèles utilisés, les hypothèses, les notations, et pour proposer des ordres de grandeur raisonnables pour les valeurs numériques non données. Les hypothèses faites doivent être clairement explicitées, et je rappelle qu'ordre de grandeur raisonnable ne veut pas dire recherche de valeur précise sur internet ...

La fermentation alcoolique du raisin est à l'origine d'une production de CO_2 à l'intérieur des bouteilles de champagne. Un équilibre physico-chimique entre le CO_2 dissous et le CO_2 gazeux s'établit. Le CO_2 ne pouvant s'échapper de la bouteille, la pression augmente et peut atteindre jusqu'à 6 bar. Une fois la bouteille ouverte, la pression redescend brutalement à 1 bar, l'équilibre est rompu et le champagne se trouve sursaturé en CO_2 . Par conséquent, des bulles de CO_2 se forment spontanément au sein du champagne, ce qui fait diminuer la quantité de CO_2 dissous.

5 - Par un raisonnement de type équilibre chimique, montrer qu'à l'équilibre la concentration c en CO_2 dissous et la pression partielle p du CO_2 dans l'air au dessus du champagne sont proportionnelles :

$$c = Kp$$

où la constante K , que l'on ne cherchera pas à exprimer, est appelée constante de Henry.

6 - En déduire qualitativement que l'ouverture de la bouteille entraîne nécessairement la formation de bulles de CO_2 au sein du champagne.

On s'intéresse maintenant à la remontée des bulles de CO_2 dans la bouteille ou la flûte à champagne. L'étude est menée dans le référentiel terrestre, auquel on adjoint un repère d'espace (O, \vec{e}_z) vertical vers le haut. La force \vec{f} exercée par le champagne sur la bulle est modélisée par la relation de Stokes,

$$\vec{f} = -6\pi\eta r_0 \vec{v},$$

où $\eta \simeq 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ est la viscosité du champagne, $r_0 \simeq 1 \text{ mm}$ le rayon de la bulle supposé constant et $\vec{v} = v\vec{e}_z$ sa vitesse.

7 - Montrer que le poids de la bulle est négligeable devant la poussée d'Archimède.

8 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse de la bulle. Identifier un temps caractéristique τ et une vitesse limite v_∞ à exprimer en fonction des masses volumiques ρ_{liq} et ρ_{gaz} , et de η , g et r_0 .

9 - Résoudre cette équation différentielle et représenter l'allure de v au cours du temps. Indiquer v_∞ et τ sur la courbe et donner leur interprétation physique.

10 - Calculer numériquement τ . Quelle approximation peut-on effectuer sur l'expression de v ?

L'émission des bulles se fait la plupart du temps de manière périodique, ce qui rend l'étude plus aisée. La méthode expérimentale utilisée par Gérard Liger-Belair et son équipe du laboratoire d'Œnologie de Reims est présentée ci-dessous. Ils ont photographié un train de bulles dans une flûte de champagne à un instant donné en se servant d'un appareil photographique dont l'ouverture du diaphragme est synchronisée avec le flash d'un stroboscope qui émet des éclairs régulièrement espacés à la période T_0 . Ce faisant, un seul cliché donne accès à l'ensemble des positions successives occupées par la bulle à des intervalles de temps T_0 . Un écran diffusant est interposé entre le verre et le flash afin d'homogénéiser la lumière. Les distances sont étalonnées à l'aide d'un papier millimétré collé à la surface du verre. Un schéma du dispositif et un exemple de cliché obtenu est représenté figure 2.

11 - L'allure des positions des bulles sur la photographie est-elle en accord avec l'hypothèse formulée question 10 ? Quelle hypothèse du modèle est à remettre en cause ?

Deux explications peuvent être envisagées pour expliquer la variation de rayon de la bulle lors de sa remontée : ou bien le rayon augmente car la pression dans le champagne diminue lorsque la bulle remonte, ou bien il augmente car du CO_2 dissous passe à l'état gazeux au passage de la bulle et s'agrége à celle-ci. On cherche à tester la première hypothèse.

12 - Quelle hypothèse peut-on formuler sur la transformation thermodynamique subie par le CO_2 lors de la remontée de la bulle ?

13 - En déduire que le rayon de la bulle lorsqu'elle a remonté d'une hauteur z est relié à son rayon initial et à sa pression initiale p_0 par

$$r(z) = \left(1 - \frac{\rho_{\text{liq}} g z}{p_0}\right)^{-1/3\gamma} r_0.$$

Conclure sur la validité de l'hypothèse formulée. On donne pour le CO_2 $\gamma = 1,3$.

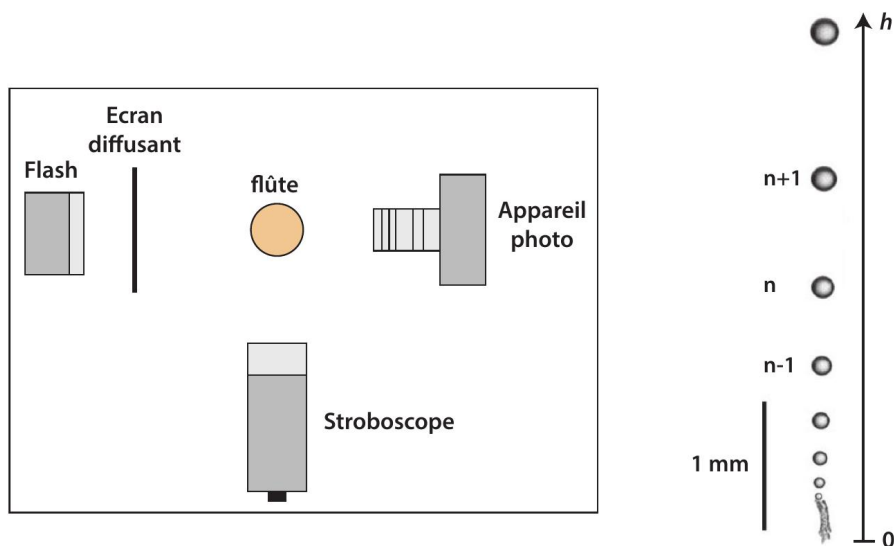


Figure 2 – Dispositif expérimental pour l'étude de la remontée des bulles de champagne.