



BLAISE PASCAL
PT 2022-2023





DM 15 – à rendre lundi 13 mars

OEM dans le vide

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, à la fin d'un cours, par mail ou via l'ENT.



Flasher ce code pour accéder au corrigé

| Ceinture | | Travail à réaliser |
|---|------------------|--------------------|
|  | Ceinture blanche | Questions 1 à 6 |
|  | Ceinture jaune | Questions 1 à 8 |
|  | Ceinture rouge | Questions 4 à 10 |
|  | Ceinture noire | Questions 4 à 13 |

Clé de voiture radiocommandée

De nombreux véhicules disposent aujourd'hui encore d'un système d'ouverture centralisée par appui sur un bouton se trouvant sur la clé du véhicule. Suivant la fonction que veut mettre en œuvre l'opérateur, un signal est émis par la clé sous forme d'une onde électromagnétique de fréquence $f_0 = 433,920$ MHz.

On suppose la clé et le récepteur situé dans la voiture séparés d'une distance $d = 10$ m, mesurée le long d'un axe (Ox) dont l'origine se trouve au niveau de la clé. En première approche, on modélise l'onde émise par la clé par la forme

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cos \left[2\pi f_0 \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \vec{e}_z.$$

- 1 - Justifier qualitativement la forme d'onde choisie. Comment nomme-t-on une telle onde? Que représente la constante c ? Rappeler sa valeur numérique.
- 2 - Dédire des équations de Maxwell l'équation de propagation vectorielle vérifiée par le champ électrique \vec{E} dans un milieu assimilable au vide.
- 3 - Montrer que l'onde étudiée vérifie l'équation de propagation à condition que c , ε_0 et μ_0 soient reliés par une relation à déterminer.
- 4 - À partir d'une équation de Maxwell (et donc pas de la relation de structure!), déterminer le champ magnétique associé à l'onde.
- 5 - Déterminer le vecteur de Poynting \vec{R} relatif à l'onde considérée. Quelle est sa signification physique? Donner son unité en justifiant la réponse.
- 6 - Déterminer la valeur moyenne de \vec{R} au cours du temps, notée $\langle \vec{R} \rangle$, en fonction de E_0 , c et μ_0 . Commenter.

En réalité, l'onde étudiée ci-dessus ne décrit pas correctement l'onde émise par la clé : pour que la voiture détecte la clé quelle que soit son orientation, l'onde émise doit se répartir uniformément dans tout l'espace. On adopte désormais un système de coordonnées sphériques. On note $P_0 = 50$ mW la puissance moyenne émise par la clé.

7 - Montrer que $\langle \vec{R} \rangle = \frac{P_0}{4\pi r^2} \vec{e}_r$.

- 8 - En déduire l'intensité $E_0(r)$ du champ électrique.

La réception de l'onde au niveau de la voiture est assurée par une bobine jouant le rôle d'antenne. Pour simplifier, on la décrit comme une unique spire carrée de côté a quasi-fermée suffisamment petite pour que les champs soient uniformes à l'échelle de la spire. Par un phénomène d'induction, l'onde électromagnétique fait apparaître une tension aux bornes de la spire dont la mesure permet de remonter notamment à la fréquence de l'onde reçue.

9 - Comment la spire doit-elle être positionnée par rapport à l'onde pour que le dispositif soit fonctionnel? On présentera la réponse sous forme d'un schéma faisant apparaître le champ électrique, le champ magnétique et le vecteur de Poynting de l'onde, ainsi que la spire.

10 - Montrer que la tension mesurée aux bornes de la spire s'écrit, au signe près,

$$u = f_0 a^2 \sqrt{\frac{2\pi\mu_0 P_0}{cd^2}} \sin \left[2\pi f_0 \left(t - \frac{d}{c} \right) \right]$$

Quel est l'intérêt d'utiliser une bobine plutôt qu'une spire unique ?

Une clé ne devant évidemment ouvrir qu'une seule voiture, l'onde porte une signature propre au véhicule, transmise sous forme binaire par modulation de fréquence : l'émission d'un 0 ou d'un 1 se traduit par un léger changement de fréquence de l'onde $f_0 \pm \Delta f$, avec $\Delta f = 30$ kHz. Ce choix de fréquence permet un taux de transmission d'information de 2000 bits par seconde.

11 - Déterminer la durée d'émission τ_0 correspondant à l'envoi d'un bit de signal. À combien de périodes de l'onde porteuse cela correspond-il ?

12 - Déterminer la variation relative de fréquence entre l'émission d'un 0 ou d'un 1, sous forme de pourcentage. Est-il envisageable de détecter cette variation via l'amplitude de la tension aux bornes de la bobine de détection ?

13 - Une alternative pourrait être de procéder à une analyse spectrale de cette tension. On rappelle qu'un spectre numérique calculé à partir d'un signal de durée totale Δt possède une résolution en fréquence $1/\Delta t$, cf. cours d'électronique numérique. Montrer que la durée τ_0 permet de discerner sans ambiguïté les 0 et les 1 du message envoyé par la clé. Quelle difficulté pratique rend cette méthode en réalité inopérante ?

Les systèmes d'ouverture privilégient donc plutôt une mesure de l'écart en fréquence par détection synchrone, qui n'est pas abordée dans cet exercice (mais qui pourrait faire l'objet d'un exercice d'électronique parfaitement à votre portée).