



Epreuve de Physique A

Durée 4 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

AVERTISSEMENT

Le thème général de ce sujet est l'étude de modèles biophysiques :

- Les parties A et B sont relatives à la mesure de quelques propriétés de l'œil.
- La partie C s'occupe de l'écoulement sanguin.

Aucune connaissance préalable en biologie n'est requise.

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté** et la **précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

Tournez la page S.V.P.

On choisit les composant de manière que $H_0=1$, $f_0=15\text{Hz}$ et $Q=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- α –Faire la représentation de Bode du gain en décibel en fonction de $\log(x)$ en précisant les asymptotes et les résonances éventuelles.
- β –Rappeler la définition de la fréquence de coupure à -3dB et la déterminer.

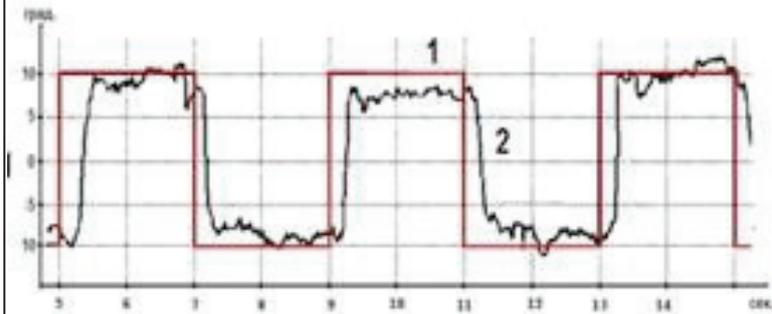
A-II-3) Acquisition du signal

On souhaite enregistrer le mouvement oculaire par l'intermédiaire d'une carte d'acquisition pendant 1 min.

- a- Rappeler la condition de Nyquist-Shannon
- b- Préciser la fréquence d'échantillonnage limite pour l'enregistrement des signaux oculaires ainsi que le nombre de points enregistrés pour une acquisition à cette fréquence limite.
- c- Sur enregistrement de la figure 4, on visualise le mouvement de l'œil (courbe 2) d'un patient ayant pour consigne de suivre une cible lumineuse qui se déplace (courbe 1). Estimer le retard de l'œil par rapport à la cible.

Figure 4 : exemple d'électro-oculogramme :
courbe 1 : déplacement de la cible, courbe 2 : mouvement oculaire.

Echelle horizontale : 1s/div,
Echelle verticale : 5°/div



Partie B. BIOMETRIE DE L'OEIL PAR INTERFEROMETRIE A COHERENCE PARTIELLE (35% environ)

B-I) Obtention d'interférences

B-I-1) Longueur de cohérence temporelle d'une source lumineuse

- a- Décrire le modèle des trains d'onde en précisant, sur un schéma, la période de l'onde et le temps de cohérence (c'est-à-dire la durée moyenne) du train d'onde.
- b- Donner l'ordre de grandeur du temps cohérence d'un laser.
- c- Calculer le temps de cohérence pour une source de largeur spectrale $\Delta\lambda = 50$ nm et de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 820$ nm.

- d- La longueur de cohérence temporelle dans le vide (L_c) d'une source est la longueur occupée dans l'espace par un train d'onde se propageant dans le vide. Déterminer littéralement puis numériquement L_c pour la source précédente.
- e- Quelle serait la longueur de cohérence temporelle d'une source parfaitement monochromatique ?

B-I-2) Interférences de 2 ondes.

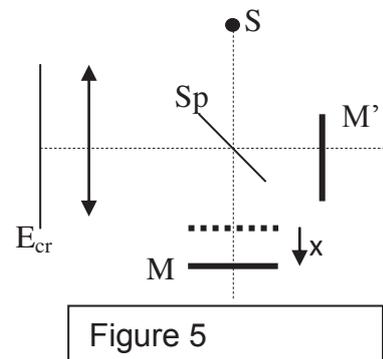
On considère deux sources ponctuelles S_1 et S_2 , cohérentes, en phase, émettant de manière isotrope une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 et d'intensité I_1 et I_2 . On étudie les interférences éventuelles en un point P d'un milieu homogène d'indice de réfraction n , à la distance d_1 de S_1 et d_2 de S_2 .

- a- Définir la différence de chemin optique δ en P entre l'onde issue de S_2 et celle issue de S_1 , en fonction de d_1 , d_2 et de l'indice n du milieu.
- b- Etablir la formule de Fresnel donnant l'intensité lumineuse $I(P)$ en P, en fonction de I_1 , I_2 , δ et λ_0 .
- c- Dans le cas où $I_1=I_2=I_0$, l'intensité a pour expression (notée « relation c » dans toute la suite) : $I(P)=2I_0\{1+\cos(\Phi)\}$; Expliciter Φ en fonction de δ et des données.

B-II) Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air.

Un interféromètre de Michelson est réglé en lame d'air et éclairé par une source S, ponctuelle, monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0 . Un écran E_{cr} est placé au foyer image d'une lentille convergente.

La figure 5 donne le schéma de principe de cet interféromètre pour lequel on supposera la séparatrice S_p idéale (infiniment mince, division d'amplitude à 50% et n'introduisant aucun déphasage). Le miroir M' est fixe ; M est mobile.



On note « onde 1 » l'onde issue de S se réfléchissant sur M' et « onde 2 » celle se dirigeant vers M. La différence algébrique de chemin optique entre l'onde 2 et l'onde 1, évaluée en un point P de l'écran E_{cr} , est notée δ .

A l'état initial, les deux miroirs sont équidistants de S_p . On déplace alors M d'une distance algébrique x ($x>0$ pour un éloignement de M) : l'interféromètre est réglé en « lame d'air ».

- 1°- A partir d'un schéma clair (à tracer sur la copie), montrer que la différence de chemin optique dans cette situation : $\delta = 2.n_a.x.\cos(i)$. Que représente i ? Que représente n_a ?
- 2°- Qu'observe-t-on sur l'écran (aucun calcul n'est demandé, on attend juste une description de l'écran) ?
- 3°- On diminue alors x en déplaçant M de manière à obtenir, sur l'écran, une intensité lumineuse $I(P)$ uniforme (teinte plate). Expliquer en 5 lignes maximum quelle est la manipulation à effectuer et ce que l'on voit sur l'écran au fur et à mesure de ce réglage.

B-III): Mesure de position.

On revient au réglage de l'interféromètre en lame d'air et en teinte plate (M et M' équidistants de Sp, chacun à la distance d_0).

On modifie la source : la source S, ponctuelle, monochromatique, de longueur d'onde dans le vide λ_0 , est à présent au foyer principal objet d'une lentille convergente Lo (figure 6).

Un détecteur est placé au foyer principal image (noté O) d'une lentille convergente L. Ce détecteur enregistre l'intensité lumineuse au point O $\{I_{(O)}\}$ au fur et à mesure du déplacement x du miroir M.

A partir de l'état initial (M et M' équidistants de d_0 de Sp) on translate M' d'une distance inconnue x_1 .

On examine ici la possibilité de repérer la position x_1 du miroir M' en mesurant le déplacement x du miroir M à l'aide de la courbe enregistrée $I_{(O)} = f(x)$.

Les notations (1) et (2) des faisceaux et de la différence de chemin optique sont les mêmes qu'en B-II.

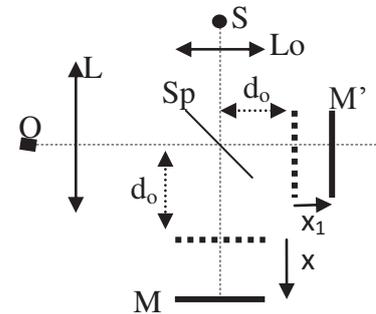


Figure 6

B-III-1)

- Reproduire la figure 6 et tracer la marche des faisceaux 1 et 2 qui se recombinent au point O.
- Expliciter alors la différence de chemin optique δ en O en fonction de x , x_1 et des données optiques.
- On note p l'ordre d'interférence ; rappeler la définition de p .
- On note x_0 le déplacement de M générant un état interférentiel d'ordre 0. Expliquer pourquoi la détection de l'ordre 0 permettrait de mesurer x_1 à partir de la mesure de x_0 .

B-III-2) cas où la source est parfaitement monochromatique.

- A partir de la « relation c », donner l'expression de $I_{(O)}$ en fonction de x , x_1 et des données optiques.
- On suppose que l'intensité est maximale lorsque $x=0$.
 - Déterminer les positions x de M générant des maxima d'intensité.
 - Représenter graphiquement $I_{(O)}$ en fonction de x .
- Est-il possible de repérer l'état d'interférence d'ordre 0 sur la courbe $I_{(O)}$ lorsque la source est parfaitement monochromatique ?

B-III-3) La source S est à faible cohérence temporelle.

Dans une première approche, on considère que :

- pour observer des interférences entre 2 ondes issues d'une même source, il faut $|\delta| < L_c$.
- Dans le domaine où $|\delta| < L_c$, l'intensité lumineuse résultant des interférences en O est donnée par la « relation c » ;
- Si $|\delta| > L_c$, il n'y a plus d'interférence et l'intensité conserve la valeur $2I_0$ constante indépendante de δ .
- Pour les applications numériques : $\lambda_0=800\text{nm}$; $n_a=1,00$; $L_c=1,80\mu\text{m}$.

- Pour l'état d'interférence d'ordre 0 : quelle est la position théorique (x_0) de M? pourquoi l'intensité de cette frange est-elle maximale ?
- Déterminer littéralement les valeurs minimale (x_-) et maximale (x_+) de x entre lesquelles il y a interférences.
- Déterminer littéralement puis numériquement le nombre de maxima d'intensité détectables.
- Faire une représentation graphique de l'intensité $I_{(0)}$ en fonction de x , pour $x \in \left[x_- - \frac{L_c}{n_a}, x_+ + \frac{L_c}{n_a} \right]$.
- Expérimentalement, on détecte l'état d'interférence d'ordre 0 par un maximum d'intensité correspondant à un déplacement x_0 de M (voir B-III-3-a).
 - Expliquer pourquoi la courbe $I_{(0)}=f(x)$ ne permet pas de trouver exactement x_0 mais seulement un encadrement de x_0 .
 - Justifier alors que le meilleur estimateur de x_0 est le milieu de l'intervalle x_-, x_+ (déterminé en B-III-3-b) avec une incertitude $\Delta x_0=L_c/2n_a$.

Une étude plus détaillée conduit à l'expression $I_{(0)}=2I_0\{1+V(x).\cos(\Phi)\}$ différente de la « relation c ».

Le terme $V(x)$ est lié au profil spectral de la source.

La figure 7a donne l'allure d'un enregistrement de $I_{(0)}$ en fonction de x .

On conditionne le signal $I_{(0)}$ en supprimant sa composante continue et en détectant son enveloppe positive. On obtient le signal utile I_u (fig 7b).

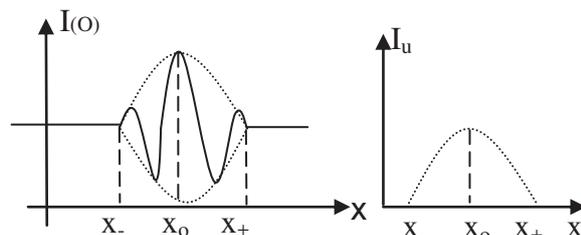


Figure 7a :
sur cette figure on observe 3 maxima

Fig 7b

B-IV) Application à la biométrie de l'œil.

Pour mesurer les épaisseurs intéressantes de l'œil, on utilise un biomètre.

En ophtalmologie, les biomètres dérivent de l'interféromètre de Michelson en remplaçant le miroir M' par l'œil à mesurer (figure 8), chaque interface biologique jouant successivement le rôle de M'.

Le faisceau 1 arrivant sur l'œil est partiellement réfléchi par la première interface (en A sur la figure 8), la partie transmise se réfléchissant partiellement sur l'interface suivante (en B) et ainsi de suite.

Les faisceaux sont assez fins pour que l'on puisse considérer les interfaces comme planes ; la réflexion sur une interface sera assimilée à celle qui aurait lieu sur un miroir plan M' de même position.

Le détecteur en O fournit, après détection d'enveloppe, le signal utile I_u de la figure 9, au fur et à mesure du déplacement x du miroir M.

Le pic de référence ($x=x_A=0$) correspond au signal issu de la réflexion en A ; le pic en x_B correspond au signal issu de la réflexion en B.

On note : D_c la distance AB ; n_c l'indice de réfraction du milieu biologique compris entre A et B.

Données : λ_0, n_a, L_c, n_c .

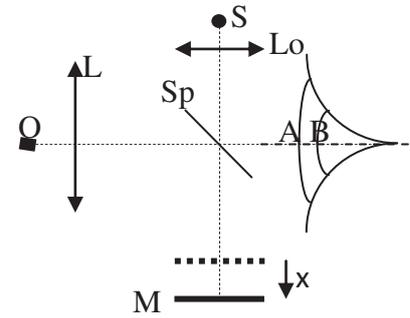


Figure 8

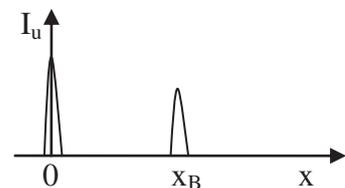


Figure 9

B-IV-1) Expliciter la différence de chemin optique en O ($\delta_{B/2}$) entre le faisceau 1 se réfléchissant en B et le faisceau 2, en fonction x , D_c et des données.

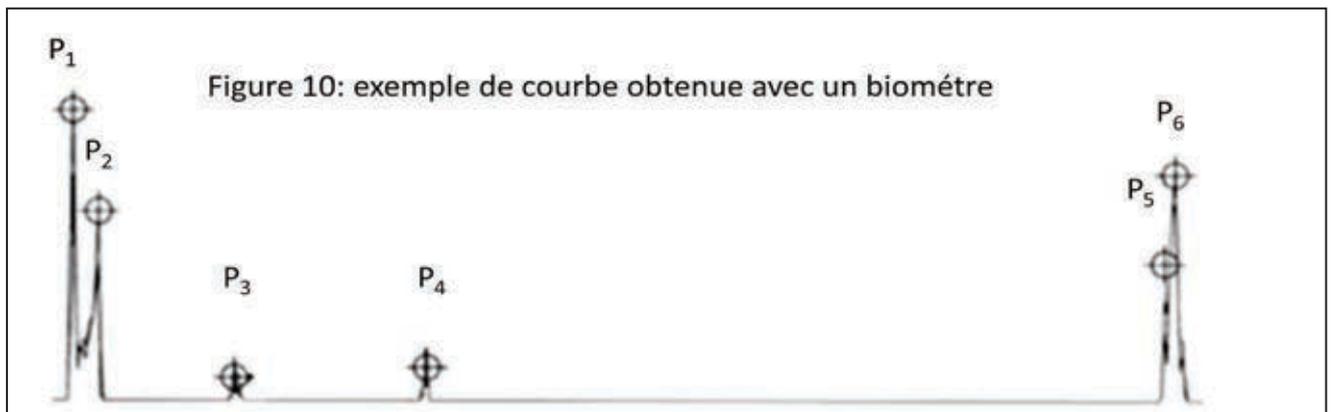
B-IV-2) A partir des résultats de B-III-3, déterminer la valeur théorique de x_B ;

B-IV-3) En déduire l'expression littérale de D_c .

B-V) Enregistrement (fig 10).

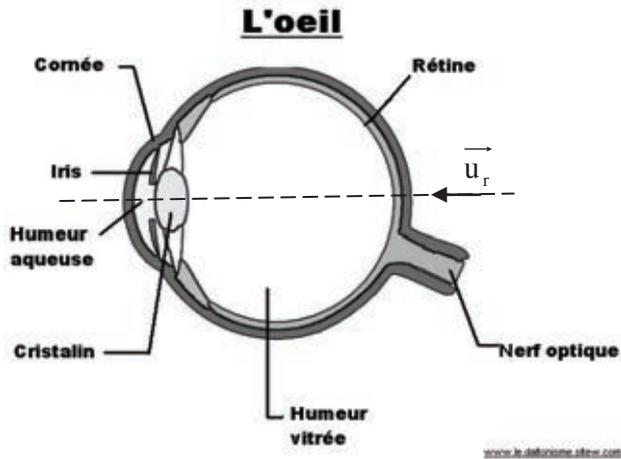
Lors d'un examen ophtalmologique, le miroir M est translaté sur une distance suffisamment grande pour recueillir des informations sur les différences structures de l'oeil selon le principe décrit dans les questions précédentes.

Certains pics (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 et P_6), repérés automatiquement par le logiciel de traitement du signal, correspondent chacun à une interface biologique, le pic P_1 représente l'interface air - cornée (voir document fig 11). L'axe horizontal est proportionnel déplacement du miroir M, l'axe vertical représente la réponse du détecteur.



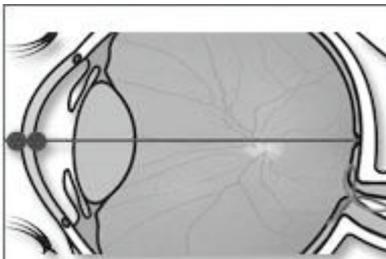
- a- Indiquer quel élément du globe oculaire se situe entre les pics P_1 , P_2 , P_3 , P_4 , P_5 et P_6 .
- b- L'épaisseur de l'humeur vitrée de l'oeil étudié est D_v ($D_v = 16.14\text{mm}$).
En déduire l'épaisseur LT , en expliquant clairement la méthode utilisée.

Figure 11 : Document

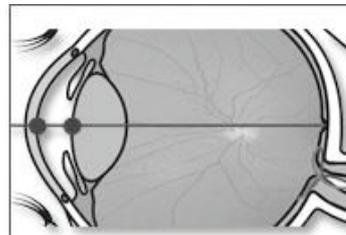


Indice de réfraction des structures transparentes de l'œil

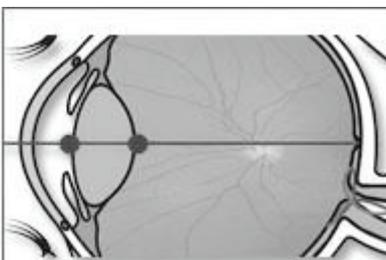
- Indice de la cornée : $n_c = 1.376$
- Indice de l'humeur aqueuse : $n_{aq} = 1.345$
- Indice du cristallin théorique : $n_{ct} = 1.406$ (au centre)
- Indice de l'humeur vitrée : $n_v = 1.344$



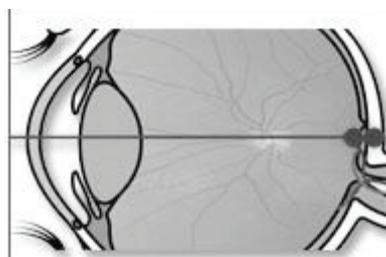
Epaisseur centrale de la cornée : CCT
Ordre de grandeur : 300 à 800 μm



Profondeur de la chambre antérieure contenant l'humeur aqueuse : AD
Ordre de grandeur : 2 à 6 mm



Epaisseur du cristallin : LT



Epaisseur de la rétine : RT
Ordre de grandeur : 200 μm