



Oscillateurs auto-entretenus

I - Oscillateur réglable

1 L'ALI ❶ ne présente aucune rétroaction négative, il fonctionne donc en **régime de saturation**. L'ALI ❷ présente une rétroaction négative, il fonctionne donc en **régime linéaire** (tant que l'entrée n'est pas trop élevée).

2 Quel que soit l'état de saturation de l'ALI ❶, donc quelle que soit la valeur de v_1 , le potentiel v_{1+} est donné par

$$\frac{v_2 - v_{1+}}{kR'} + \frac{v_1 - v_{1+}}{R'} = 0 \quad \text{soit} \quad v_2 - v_{1+} + kv_1 - kv_{1+} = 0 \quad \text{et} \quad v_2 + kv_1 - (1+k)v_{1+} = 0$$

et ainsi

$$v_{1+} = \frac{v_2 + kv_1}{1+k}.$$

La relation voulue $v_1 = f(v_2)$ n'est pas celle-ci, même écrite sous une autre forme, car elle fait encore intervenir v_{1+} , qui est une inconnue. Dans le cas d'un comparateur à hystérésis, la relation entrée-sortie ne prend pas une forme mathématique simple, mais elle est donnée graphiquement par le cycle d'hystérésis ... ou alors avec des phrases du type « il y reste tant que ».

Supposons l'ALI ❶ en saturation haute : $v_1 = +V_{\text{sat}}$. Il y reste tant que

$$v_{1+} > v_{1-} \quad \text{soit} \quad \frac{v_2 + kV_{\text{sat}}}{1+k} > U_1 \quad \text{donc} \quad v_2 > (1+k)U_1 - kV_{\text{sat}}.$$

Supposons maintenant l'ALI ❶ en saturation basse : $v_1 = -V_{\text{sat}}$. Il y reste tant que

$$v_{1+} < v_{1-} \quad \text{soit} \quad \frac{v_2 - kV_{\text{sat}}}{1+k} < U_1 \quad \text{donc} \quad v_2 < (1+k)U_1 + kV_{\text{sat}}.$$

On en déduit le cycle de la figure 1. La tension U_1 a pour effet de décaler le cycle d'hystérésis.

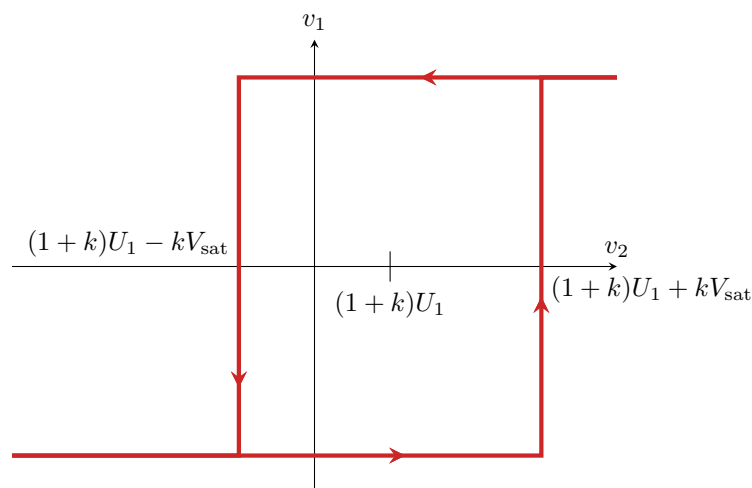


Figure 1 – Cycle d'hystérésis décalé.

3 L'ALI ❷ fonctionnant en régime linéaire, il est plus simple de passer d'abord par une approche fréquentielle. La loi des nœuds en potentiel à l'entrée \ominus de cet ALI s'écrit

$$\frac{v_1 - v_{2-}}{R} + \frac{v_2 - v_{2-}}{1/jC\omega} = 0 \quad \text{soit} \quad v_1 + jRC\omega v_2 - (1 + jRC\omega)v_{2-} = 0.$$

En revenant au domaine temporel,

$$v_1 + RC \frac{dv_2}{dt} = v_{2-} + RC \frac{dv_{2-}}{dt} = 0.$$

De plus, l'ALI fonctionnant en régime linéaire,

$$v_{2-} = v_{2+} = U_2 = \text{cte},$$

ce qui donne en fin de compte

$$v_1 + RC \frac{dv_2}{dt} = U_2,$$

ou encore

$$\boxed{\frac{dv_2}{dt} = \frac{1}{\tau}(U_2 - v_1) \quad \text{avec} \quad \tau = RC.}$$

Ce bloc est un intégrateur avec un décalage : on peut écrire

$$\int_{v_2(t=0)}^{v_2(t)} dv_2 = \frac{1}{\tau} \int_0^t (U_2 - v_1(t)) dt$$

ou encore

$$\boxed{v_2(t) = v_2(0) + \frac{1}{\tau} \int_0^t (U_2 - v_1(t)) dt.}$$

4 Comme l'ALI bascule en saturation haute à $t = 0$, alors

$$v_1(t=0^+) = +V_{\text{sat}} \quad \text{et} \quad v_2(t=0^+) = (1+k)U_1 + kV_{\text{sat}}.$$

On déduit de la question précédente que, tant que l'ALI reste dans cet état,

$$\boxed{v_2(t) = (1+k)U_1 + kV_{\text{sat}} + \frac{1}{\tau}(U_2 - V_{\text{sat}})t.}$$

Pour que l'ALI puisse basculer, il faut que la tension v_2 soit décroissante ce qui impose

$$U_2 - V_{\text{sat}} < 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{U_2 < V_{\text{sat}}.}$$

Il y a alors basculement au bout d'une durée T_+ telle que

$$v_2(t=T_+) = (1+k)U_1 - kV_{\text{sat}}$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} \cancel{(1+k)U_1} + kV_{\text{sat}} + \frac{1}{\tau}(U_2 - V_{\text{sat}})T_+ &= \cancel{(1+k)U_1} - kV_{\text{sat}} \\ \frac{1}{\tau}(U_2 - V_{\text{sat}})T_+ &= -2kV_{\text{sat}} \end{aligned}$$

soit finalement

$$\boxed{T_+ = \frac{2kV_{\text{sat}}}{V_{\text{sat}} - U_2} \tau.}$$

On vérifie la cohérence avec la critère sur U_2 : s'il n'était pas vérifié, on aurait une durée négative en saturation haute, ce qui n'a évidemment aucun sens.

5 Supposons maintenant que l'ALI bascule en saturation basse à $t = 0$. On a donc

$$v_1(t=0^+) = -V_{\text{sat}} \quad \text{et} \quad v_2(t=0^+) = (1+k)U_1 - kV_{\text{sat}}.$$

Ainsi, tant que l'ALI ne change pas d'état,

$$v_2(t) = (1+k)U_1 - kV_{\text{sat}} + \frac{1}{\tau}(U_2 + V_{\text{sat}})t.$$

Pour que l'ALI puisse basculer, il faut que la tension U_2 soit croissante, ce qui impose

$$U_2 + V_{\text{sat}} > 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{U_2 > -V_{\text{sat}}.}$$

Il y a alors basculement au bout d'une durée T_- telle que

$$v_2(t=T_-) = (1+k)U_1 + kV_{\text{sat}}$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} \cancel{(1+k)U_1} - kV_{\text{sat}} + \frac{1}{\tau}(U_2 + V_{\text{sat}})T_- &= \cancel{(1+k)U_1} + kV_{\text{sat}} \\ \frac{1}{\tau}(U_2 + V_{\text{sat}})T_- &= 2kV_{\text{sat}} \end{aligned}$$

et finalement

$$T_- = \frac{2kV_{\text{sat}}}{U_2 + V_{\text{sat}}} \tau.$$

6 La période des oscillations est donnée par

$$T = T_+ + T_- = \frac{2kV_{\text{sat}}}{V_{\text{sat}} - U_2} \tau + \frac{2kV_{\text{sat}}}{U_2 + V_{\text{sat}}} \tau = 2kV_{\text{sat}} \left(\frac{U_2 + V_{\text{sat}} + V_{\text{sat}} - U_2}{(V_{\text{sat}} - U_2)(V_{\text{sat}} + U_2)} \right)$$

ce qui se simplifie en

$$T = 4k \frac{V_{\text{sat}}^2}{V_{\text{sat}}^2 - U_2^2} \tau.$$

7 Supposons $U_1, U_2 > 0$. Outre la dissymétrie sur v_2 discutée dans les premières questions de l'exercice, on constate sur les expressions précédentes que $T_+ > T_-$: l'ALI reste plus longtemps en saturation haute qu'en saturation basse. On en déduit l'allure représentée figure 2. La tension U_2 impacte la période et le rapport cyclique des oscillations, alors que la tension U_1 conditionne les valeurs extrêmes prises par v_2 .

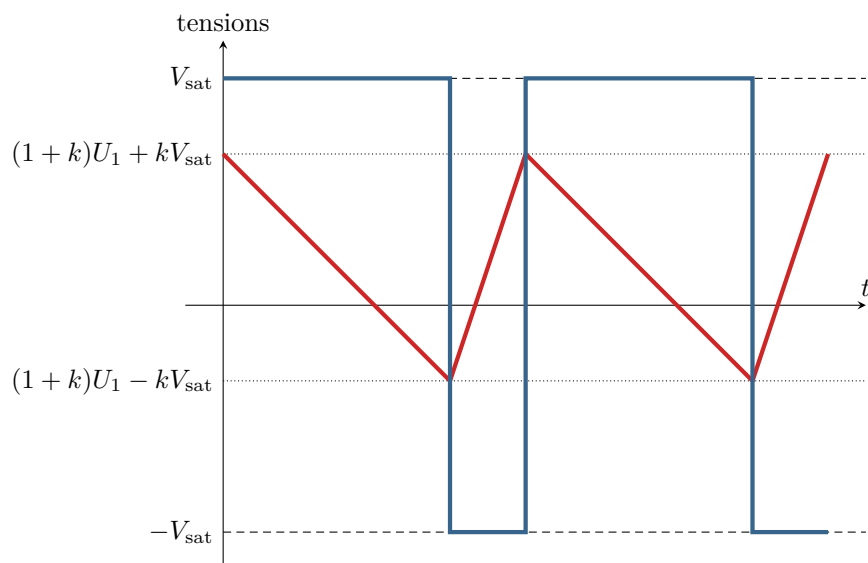


Figure 2 – Allure des différentes tensions. Bleu : v_1 ; rouge : v_2 .

8 La tension v_2 est comprise entre $-V_{\text{sat}}$ et $+V_{\text{sat}}$ car il s'agit de la tension de sortie d'un ALI. Pour que le montage puisse osciller, il faut que les tensions de basculement du comparateur à hystérésis soient accessibles, ce qui impose

$$(1+k)U_1 + kV_{\text{sat}} < V_{\text{sat}} \quad \text{et} \quad (1+k)U_1 - kV_{\text{sat}} > -V_{\text{sat}}$$

ce qui se réécrit

$$(1+k)U_1 < (1-k)V_{\text{sat}} \quad \text{et} \quad (1+k)U_1 > (k-1)V_{\text{sat}}$$

et qui donne bien

$$-\frac{1-k}{1+k}V_{\text{sat}} < U_1 < \frac{1-k}{1+k}V_{\text{sat}}.$$

II - Filtre de Sallen-Key

oral banque PT

9 Dans la limite des hautes fréquences, le condensateur est équivalent à un fil donc $V_{\oplus} = 0$. L'ALI étant idéal, $V_{\ominus} = V_{\oplus}$ et comme $\underline{S} = V_{\ominus}$ (fil) alors

$$\underline{S} = 0 \quad (\text{limite THF}).$$

Dans la limite des basses fréquences, le condensateur est équivalent à un interrupteur ouvert. Comme l'ALI est idéal, aucun courant n'entre dans la borne \oplus donc aucun courant ne peut traverser les deux résistances. On a donc $V_{\oplus} = \underline{E}$, d'où on déduit par le même raisonnement que

$$\underline{S} = \underline{E} \quad (\text{limite TBF}).$$

Il s'agit donc d'un **filtre passe-bas**.

10 Notons A le nœud commun aux deux résistances et au condensateur. La loi des nœuds en termes de potentiel appliquée à l'entrée \oplus de l'ALI donne

$$\frac{0 - V_{\oplus}}{1/jC_2\omega} + \frac{V_A - V_{\oplus}}{R} = 0.$$

Comme $V_{\oplus} = V_{\ominus} = \underline{S}$,

$$-jC_2\omega \underline{S} + \frac{V_A - \underline{S}}{R} = 0$$

ou encore

$$V_A = (1 + jRC\omega)\underline{S}. \quad (1)$$

La loi des nœuds en termes de potentiel appliquée maintenant au nœud A donne

$$\frac{\underline{E} - V_A}{R} + \frac{V_{\oplus} - V_A}{R} + \frac{\underline{S} - V_A}{1/jC\omega} = 0.$$

Comme $V_{\oplus} = V_{\ominus} = \underline{S}$,

$$[\underline{E} - V_A] + [\underline{S} - V_A] + jRC\omega [\underline{S} - V_A] = 0. \quad (2)$$

En insérant l'équation (1) dans l'équation (2), on obtient

$$[\underline{E} - (1 + jRC\omega)\underline{S}] + [-jRC\omega\underline{S}] + jRC\omega [-jRC\omega\underline{S}] = 0,$$

puis

$$\underline{E} - (1 + 2jRC\omega - R^2C^2\omega^2)\underline{S} = 0$$

ce qui permet finalement d'aboutir à

$$\underline{H} = \frac{\underline{S}}{\underline{E}} = \frac{1}{1 + 2jRC\omega - R^2C^2\omega^2}.$$

La pulsation caractéristique du filtre est $\omega_0 = 1/RC$.

11 Limite très basse fréquence $\omega \ll \omega_0$:

$$\underline{H} \sim \frac{1}{1} \quad \text{donc} \quad G_{\text{dB}} = 20 \log |\underline{H}| \sim 0.$$

Limite très haute fréquence $\omega \gg \omega_0$:

$$\underline{H} \sim \frac{1}{-R^2C^2\omega^2} \quad \text{donc} \quad G_{\text{dB}} \sim -20 \log (R^2C^2\omega^2) = -40 \log \omega - 40 \log RC,$$

ce qui donne une asymptote de pente -40 dB/décade. Enfin, en $\omega = \omega_0$ on a

$$\underline{H} = \frac{1}{2j} \quad \text{soit} \quad G_{\text{dB}} = -20 \log 2 = -6 \text{ dB}.$$

On en déduit le diagramme de Bode représenté figure 3.

12 Le signal créneau se caractérise par un spectre assez étendu du côté des hautes fréquences.

- ▷ Si la fréquence f du créneau est nettement inférieure à f_0 , seule la partie très haute fréquence du spectre est filtrée : le signal de sortie a la même allure que le signal d'entrée hormis au niveau des sauts du créneau, où l'influence des hautes fréquences est prépondérante.
- ▷ Si f est du même ordre que f_0 , alors l'allure du signal sera nettement modifiée par le filtre, les basculements du créneau seront fortement lissés, mais l'atténuation n'est que moyennement marquée.
- ▷ Si $f \gg f_0$, le signal est modifié et très atténué : il est presque complètement coupé. Le filtre agit alors comme un double intégrateur d'un signal constant par morceau, le signal de sortie sera donc constitué de branches de parabole.

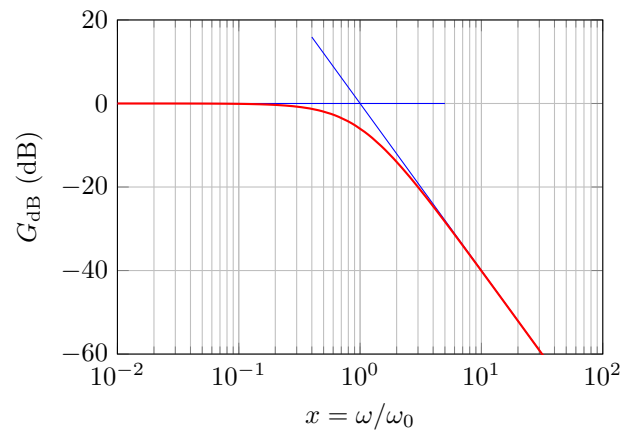


Figure 3 – Diagramme de Bode du filtre de Sallen-Key.