



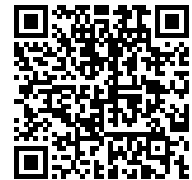


Induction mutuelle

Travailler avec vos cours et TD ouverts est **chaudement recommandé** : un DM est un entraînement, pas une évaluation. Réfléchir ensemble est une bonne idée, mais le travail de rédaction doit être individuel. En cas de besoin, **n'hésitez pas à me poser des questions**, idéalement à la fin d'un cours ou éventuellement par mail.

Ceinture		Travail à réaliser
	Ceinture blanche	Jusqu'à question 7
	Ceinture jaune	Jusqu'à question 7
	Ceinture rouge	En entier
	Ceinture noire	En entier



Flasher ou cliquer pour accéder au corrigé

Pince ampèremétrique



Mesurer un courant électrique à l'aide d'un ampèremètre n'est pas toujours envisageable dans un contexte industriel, car cela suppose d'ouvrir le circuit pour brancher et débrancher l'appareil, et donc de mettre l'installation à l'arrêt.

Pour mesurer l'intensité d'un courant alternatif suffisamment important (typiquement de l'ordre du kA), une alternative consiste à utiliser une pince ampèremétrique. Il s'agit d'un tore ferromagnétique autour duquel est bobiné un fil conducteur. L'ouverture de la pince permet d'y insérer le fil parcouru par le courant à mesurer. Lorsque la pince est fermée, le phénomène d'induction électromagnétique génère aux bornes du bobinage une tension directement liée à l'intensité à mesurer.

Donnée : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$.

On considère dans un premier temps que le courant dont l'intensité i_1 est à mesurer parcourt un fil rectiligne (1), confondu avec l'axe Oz , dont les bornes A_1 et A_2 sont supposées infiniment éloignées l'une de l'autre, voir figure 1. Le champ magnétique créé par ce fil s'écrit en coordonnées cylindriques

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

On modélise la pince ampèremétrique par un tore de section carrée de côté a , d'axe Oz et de rayon interne r_0 sur lequel sont bobinées en série N spires régulièrement réparties, voir figures 2 et 3.

1 - Justifier la direction de \vec{B}_1 et les variables d'espace dont il dépend. Tracer qualitativement l'allure de quelques lignes de champ magnétique dans un plan perpendiculaire au fil¹. On supposera $i_1(t) > 0$ pour le tracé.

1. Je rappelle que l'écartement des lignes de champ a de l'importance !

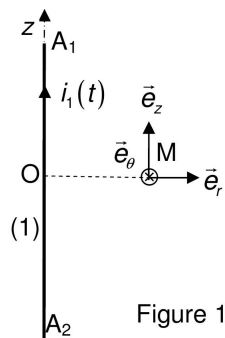


Figure 1

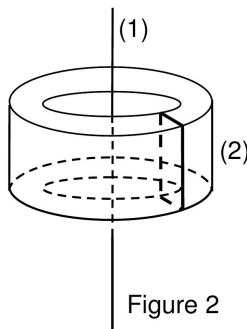


Figure 2

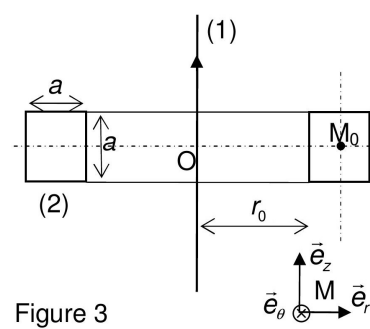


Figure 3

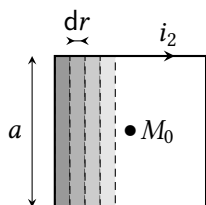


Figure 4

On souhaite déterminer la tension $u_2(t)$ obtenue aux bornes du bobinage en utilisant la loi de Faraday. Cependant, le champ n'est pas uniforme à l'échelle d'une spire, ce qui complexifie le calcul du flux. On raisonne en découpant par la pensée chaque spire en une juxtaposition de bandes élémentaires rectangulaires de hauteur a et de largeur infinitésimale dr , voir figure 4 ci-contre.

2 - Déterminer le flux φ_{12} de \vec{B}_1 au travers d'une spire du bobinage (2), puis le flux Φ_{12} au travers du bobinage entier, en justifiant soigneusement la réponse. En déduire le coefficient d'inductance mutuelle M entre le fil (1) et le bobinage (2).

3 - Le bobinage est fermé sur une résistance R aux bornes de laquelle est mesurée une tension u_2 . Représenter le schéma électrique équivalent à l'ensemble fil + pince ampèremétrique. Pour indiquer le couplage inductif, on assimilera le fil (1) à une bobine d'inductance L_1 très faible.

4 - On suppose le courant i_1 sinusoïdal. Exprimer la tension complexe \underline{U}_2 en fonction de \underline{I}_1 . Une pince ampèremétrique peut elle mesurer un courant de fréquence quelconque ?

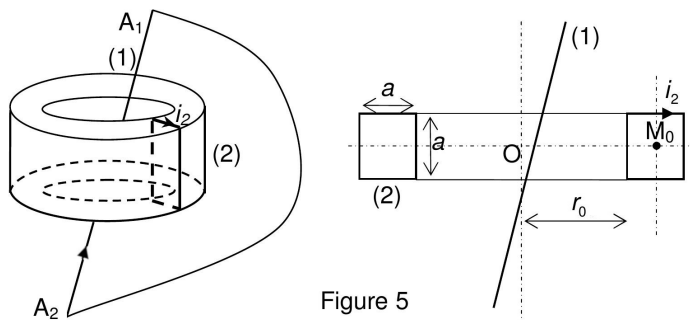


Figure 5

Pour aller plus loin, il nous faut déterminer l'inductance propre L_2 du bobinage (2). On le suppose parcourue par un courant d'intensité $i_2(t)$ dont l'orientation est précisée figure 5. Le champ créé par la bobine s'écrit

$$\vec{B}_2 = \begin{cases} \frac{\mu_0 N i_2}{2\pi r} \vec{u} & \text{à l'intérieur} \\ \vec{0} & \text{à l'extérieur} \end{cases}$$

5 - Déterminer la direction de \vec{B}_2 (c'est-à-dire le vecteur \vec{u}), et justifier les variables dont il dépend.

6 - Déterminer l'expression de l'inductance propre L_2 .

7 - Montrer que si la fréquence du courant est suffisamment élevée la tension complexe \underline{U}_2 prend une expression particulièrement simple. En quoi est-ce un avantage pour l'utilisation pratique de la pince ?

Dans les questions précédentes, le fil était considéré infini et confondu avec l'axe de la bobine, ce qui est peu réaliste : analysons désormais l'influence de la position et de l'inclinaison du fil sur la tension u_2 . On suppose maintenant les bornes A_1 et A_2 du fil (1) reliées entre elles pour former un circuit fermé. Ce circuit est supposé plan, contenu dans le plan méridien du tore. La bobine (2) est toujours supposée parcourue par un courant i_2 .

8 - Calculer le flux Φ_{21} du champ \vec{B}_2 créé par la bobine (2) à travers le circuit (1) ainsi réalisé. En déduire l'expression du coefficient d'induction mutuelle M' défini à partir de Φ_{21} . Commenter.

9 - La figure 5 suggère une situation où la pince n'est pas centrée sur le fil (1), lui-même n'étant pas confondu avec l'axe de la pince. Comment cela affecte-t-il le fonctionnement de la pince ?