

Préparation du DS 1

I - Schémas de Lewis et propriétés moléculaires

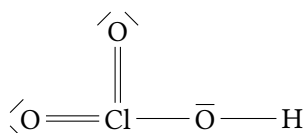
Il suffit dans une copie de dénombrer les doublets en justifiant (les configurations électroniques doivent donc être écrites au moins une fois pour chaque atome) et de proposer un schéma de Lewis correct. Justifier en détail la construction du schéma de Lewis n'est pas nécessaire.

1 On compte :

- H : $1s^1$ donc 1 électron de valence ;
- C : $1s^2 2s^2 2p^2$ donc 4 électrons de valence ;
- N : $1s^2 2s^2 2p^3$ donc 5 électrons de valence ;
- O : $1s^2 2s^2 2p^4$ donc 6 électrons de valence ;
- S : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$ donc 6 électrons de valence ;
- Cl : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$ donc 7 électrons de valence.

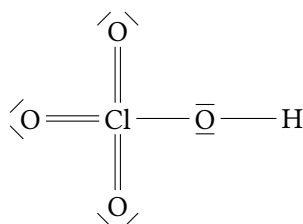
2 Acide chlorique HClO_3 :

- Décompte des électrons de valence : $1 + 7 + 3 \times 6 = 26$ électrons soit 13 doublets.
- Conclusion : le chlore peut être hypervalent, et un schéma de Lewis ne faisant pas apparaître de charge est préférable, on propose donc



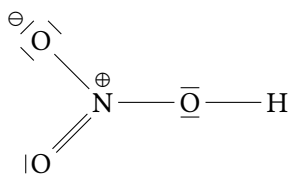
Acide perchlorique HClO_4 :

- Décompte des électrons de valence : $1 + 7 + 4 \times 6 = 32$ électrons soit 16 doublets.
- Conclusion :



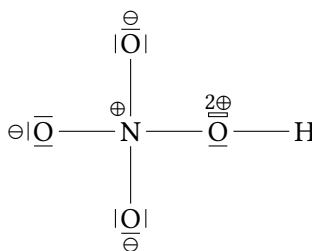
Acide nitrique HNO_3 :

- Décompte des électrons de valence : $1 + 5 + 3 \times 6 = 24$ électrons soit 12 doublets.
- Conclusion : l'azote ne peut pas être hypervalent, il n'y a donc pas d'autre solution que de faire apparaître deux charges formelles sur le schéma de Lewis.



Molécule hypothétique HNO_4 :

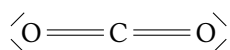
- Décompte des électrons de valence : $1 + 5 + 4 \times 6 = 30$ électrons soit 15 doublets.
- Conclusion : l'azote ne peut pas être hypervalent, le seul schéma de Lewis envisageable est donc celui représenté ci-dessous, qui fait apparaître d'une part un oxygène lacunaire et d'autre part beaucoup trop de charges formelles pour que la structure soit possible.



Attention, dessiner le schéma de Lewis est possible, bien que celui-ci soit irréaliste. Par ailleurs, beaucoup de schémas faux s'expliquent par un mauvais décompte des doublets : vérifiez systématiquement que le nombre de doublets qui apparaît sur votre schéma final est égal à celui que vous avez calculé ... Constatant la présence d'une charge totale résultante $2-$ et conclure que le schéma est impossible est presque pire : ça signifie que vous avez remarqué qu'il y avait une erreur et n'avez rien fait pour la corriger ...

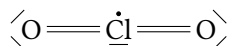
3 Dioxyde de carbone CO_2 :

- Décompte des électrons de valence : $4 + 2 \times 6 = 16$ électrons soit 8 doublets.
- Conclusion :



Dioxyde de chlore ClO_2 :

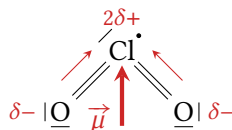
- Décompte des électrons de valence : $7 + 2 \times 6 = 19$ électrons soit 9 doublets ... et un électron célibataire.
- Conclusion : le chlore peut être hypervalent, et un schéma de Lewis ne faisant pas apparaître de charge est préférable, on propose donc



La différence de réactivité s'explique par le fait que ClO_2 est un **radical**, qui est donc très réactif (l'électron célibataire cherche à former un doublet), bien davantage que CO_2 .

Rappelons qu'un électron célibataire se symbolise par un point $\bullet$ et non pas par une charge $\ominus$, qui signifierait l'existence d'une charge formelle portée par l'atome de chlore.

La géométrie autour de l'atome de carbone de CO_2 est de type AX_2 , la molécule est donc linéaire. Les deux liaisons sont polarisées, mais par symétrie les moments dipolaires se compensent : la molécule est donc apolaire. À l'inverse, la géométrie autour de l'atome de chlore de ClO_2 est intermédiaire entre AX_2E et AX_2E_2 (un électron célibataire ne repousse pas autant les autres qu'un doublet), mais il s'agit dans tous les cas d'une géométrie coudée : la molécule est donc polaire. Comme $\chi_{\text{Cl}} < \chi_{\text{O}}$, on en déduit le moment dipolaire ci-dessous :

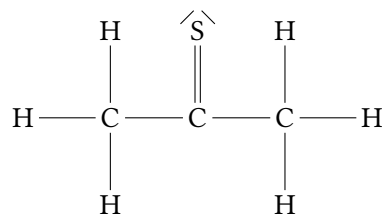
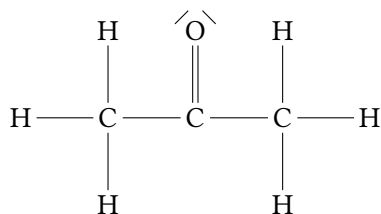


Attention aux étourderies, le moment dipolaire part de la charge négative pour aller vers la charge positive, et pas le contraire ...

4 Le soufre et l'oxygène comptent le même nombre d'électrons de valence, il y a donc dans les deux molécules

$$6 \times 1 + 3 \times 4 + 6 = 24 \text{ électrons soit 12 doublets.}$$

L'énoncé indique une chaîne de trois carbones avec une double liaison sur l'atome central, d'où les schémas ci-dessous :



Le soufre n'est pas suffisamment électronégatif pour que la liaison C-S soit polarisée, au contraire de la liaison C-O. Ainsi, l'acétone est une molécule polaire alors que la thioacétone ne l'est pas. L'eau étant elle-même polaire, l'espèce chimique la plus soluble dans l'eau est donc l'**acétone**.

Aucune des deux molécules n'est protique, puisque cela suppose l'existence de liaisons O-H dans la molécule. En revanche, les doublets non-liants de l'oxygène peuvent s'engager dans des liaisons hydrogène avec les oxygènes de l'eau, ce qui contribue également à la meilleure solubilité de l'acétone. Toutefois, cet argument est plus subtil et a un impact minoritaire. Il ne me semble pas attendu en MPSI.

II - Ouverture et fermeture d'un circuit inductif

Le schéma annoté du circuit est représenté figure 1.

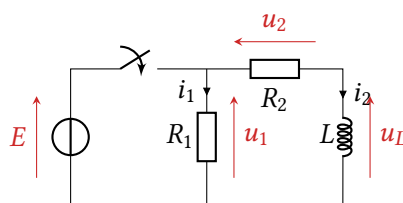


Figure 1 – Schéma du circuit annoté.

5 • Équation différentielle :

Loi des mailles :

$$u_L + u_2 = E$$

Loi d'Ohm :

$$u_L + R_2 i_2 = E$$

Dérivation :

$$\frac{du_L}{dt} + R_2 \frac{di_2}{dt} = 0$$

Loi de comportement :

$$\frac{du_L}{dt} + \frac{R_2}{L} u_L = 0$$

ce qui devient sous forme canonique

$$\frac{du_L}{dt} + \frac{1}{\tau} u_L = 0 \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R_2}.$$

• **Recherche de la condition initiale** : la branche dans laquelle se trouve le seul générateur du circuit est étant ouverte depuis longtemps, il n'y a aucun courant dans le circuit. Par continuité du courant dans une bobine,

$$i_2(0^+) = i_2(0^-) = 0.$$

En reprenant la loi des mailles à $t = 0^+$,

$$u_L(0^+) + R_2 i_2(0^+) = E \quad \text{soit} \quad u_L(0^+) = E.$$

Attention à ne pas dire simplement « l'interrupteur étant ouvert, il n'y a pas de courant » : ce serait faux s'il y avait un second générateur dans le montage. Pour une démonstration plus rigoureuse, on peut

comme toujours combiner la loi des mailles et la loi des nœuds. D'après la loi des nœuds,

$$i_1(0^-) + i_2(0^-) = 0 \quad \text{soit} \quad i_1(0^-) = -i_2(0^-).$$

Comme la bobine équivaut à un fil en régime permanent, d'après la loi des mailles,

$$u_1(0^-) = u_2(0^-) + u_L(0^-) \quad \text{soit} \quad R_1 i_1(0^-) = R_2 i_2(0^-) \quad \text{d'où} \quad (R_1 + R_2) i_2(0^-) = 0$$

ce qui amène bien au résultat.

- **Résolution** : l'équation étant homogène, ses solutions sont de la forme

$$u_L(t) = A e^{-t/\tau},$$

et grâce à la condition initiale

$$u_L(0^+) \underset{\text{CI}}{=} E \underset{\text{expr}}{=} A$$

d'où on conclut

$$u_L(t) = E e^{-t/\tau}.$$

- 6** Lorsque l'interrupteur est fermé, la résistance R_1 est simplement en parallèle du générateur, si bien qu'à tout instant

$$u_1(t > 0) = E.$$

- 7** • **Équation différentielle** : l'interrupteur étant désormais ouvert, $u_1 \neq E$.

Loi des mailles :

$$u_1 = u_2 + u_L$$

Lois de comportement :

$$u_1 = R_2 i_2 + L \frac{di_2}{dt}$$

Loi des nœuds :

$$u_1 = -R_2 i_1 - L \frac{di_1}{dt}$$

Loi d'Ohm :

$$u_1 = -\frac{R_2}{R_1} u_1 - \frac{L}{R_1} \frac{du_1}{dt}$$

Réorganisation :

$$\frac{L}{R_1} \frac{du_1}{dt} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_1 = 0$$

$$\frac{du_1}{dt} + \frac{\cancel{R_1}}{L} \times \frac{R_1 + R_2}{\cancel{R_1}} u_1 = 0$$

ce qui devient sous forme canonique

$$\frac{du_1}{dt} + \frac{1}{\tau'} u_1 = 0 \quad \text{avec} \quad \tau' = \frac{L}{R_1 + R_2}.$$

- **Recherche de la condition initiale** : la seule grandeur continue étant le courant dans une bobine, déterminons $i_2(0^-)$. L'interrupteur étant fermé pour $t < 0$ et le régime permanent atteint, la bobine équivaut à un fil, donc d'après la loi des mailles et la loi d'Ohm

$$E = u_2(0^-) + u_L(0^-) = R_2 i_2(0^-) \quad \text{d'où} \quad i_2(0^-) = \frac{E}{R_2}.$$

Par continuité du courant dans une bobine, il vient $i_2(0^+) = E/R_2$, puis

$$u_1(0^+) = R_1 i_1(0^+) \underset{\text{LN}}{=} -R_1 i_2(0^+) \quad \text{d'où} \quad u_1(0^+) = -\frac{R_1}{R_2} E.$$

- **Résolution** : l'équation étant homogène, ses solutions sont de la forme

$$u_1(t) = A' e^{-t/\tau'}$$

et grâce à la condition initiale

$$u_1(0^+) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{=} -\frac{R_1}{R_2} E \underset{\substack{\uparrow \\ \text{expr}}}{=} A'$$

d'où on conclut

$$u_1(t) = -\frac{R_1}{R_2} E e^{-t/\tau'}$$

8 • Équation différentielle :

Loi des mailles :

$$u_2 + u_L = u_1$$

Lois de comportement :

$$R_2 i_2 + u_L = R_1 i_1$$

Loi des nœuds :

$$R_2 i_2 + u_L = -R_1 i_2$$

Réorganisation et dérivation :

$$\frac{du_L}{dt} + (R_1 + R_2) \frac{di_2}{dt} = 0$$

Loi de comportement :

$$\frac{du_L}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{L} u_L = 0$$

ce qui permet d'identifier le même temps caractéristique τ' que précédemment, et d'aboutir à la forme canonique

$$\frac{du_L}{dt} + \frac{1}{\tau'} u_L = 0$$

Le temps caractéristique est intrinsèque au circuit, quelle que soit la grandeur étudiée : il est donc tout à fait normal de retrouver le même τ' pour l'étude de u_1 et u_L .

- **Recherche de la condition initiale** : le courant $i_2(0^+) = -i_1(0^+) = E/R_2$ a été déterminé à la question précédente, ce qui permet d'en déduire

$$u_L(0^+) + R_2 i_2(0^+) = R_1 i_1(0^+) \quad \text{soit} \quad u_L(0^+) = -(R_1 + R_2) i_2(0^+) = -\frac{R_1 + R_2}{R_2} E$$

- **Résolution** : l'équation étant homogène, ses solutions sont de la forme

$$u_L(t) = A'' e^{-t/\tau'}$$

et grâce à la condition initiale

$$u_L(0^+) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{=} -\frac{R_1 + R_2}{R_2} E \underset{\substack{\uparrow \\ \text{expr}}}{=} A''$$

d'où on conclut

$$u_L(t) = -\frac{R_1 + R_2}{R_2} E e^{-t/\tau'}$$

9 D'après la loi des mailles, et puisque $i_1 + i_2 = 0$,

$$u_L = u_1 - u_2 = u_1 - R_2 i_2 = u_1 + R_2 i_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} u_1$$

si bien que

$$u_L(t) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \times \left(-\frac{R_1}{R_2} E e^{-t/\tau'}\right)$$

et l'on retrouve sans surprise le même résultat qu'à la question précédente.

- 10** Supposer $R_1 = R_2$ permet quelques simplifications, en particulier $\tau' = \tau/2$. Les courbes sont représentées figure 2.

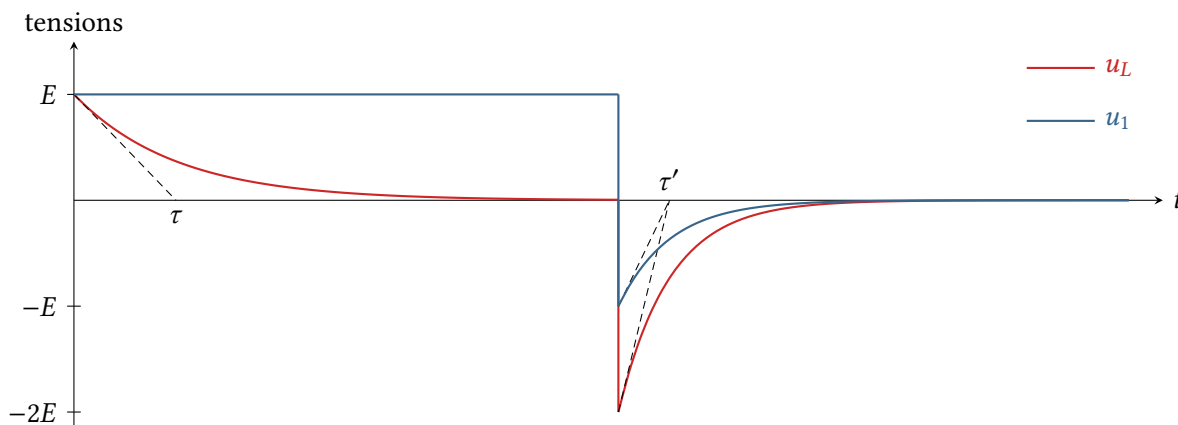


Figure 2 – Allure des tensions au cours du temps.

III - Câble coaxial

- 11** • **Câble à un seul module** : L'association des deux résistances $2R$ en parallèle équivaut à une résistance R , car

$$\frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R}.$$

Cette résistance est montée en série avec les deux résistances $R/2$, d'où une résistance totale

$$R_1 = 2 \times \frac{R}{2} + R = 2R.$$

- **Câble à deux modules** : Le même raisonnement que précédemment montre que l'association de la résistance de sortie $2R$ avec le module le plus à droite équivaut à une résistance $2R$... ce qui ramène le circuit équivalent exactement à celui du câble à un seul module. On en déduit la résistance totale

$$R_2 = 2R.$$

- **Câble à N modules** : En généralisant, on constate que l'association d'un nombre quelconque de modules et de la résistance de sortie est toujours équivalente à une résistance $2R$ montée en parallèle du reste du circuit. Ainsi,

$$\forall N, R_N = 2R.$$

- 12** • **Câble à un seul module** : En associant les résistances $2R//2R = R$, on identifie un pont diviseur de tension à trois résistances,

$$\frac{S_1}{E} = \frac{R}{\frac{R}{2} + R + \frac{R}{2}} = \frac{R}{2R} \quad \text{d'où} \quad S_1 = \frac{E}{2}.$$

- **Câble à deux modules** : Introduisons U la tension entre les deux modules, fléchée figure 3. Le même pont diviseur impliquant l'association $2R//2R$ que dans le cas à un module montre que

$$\frac{S_2}{U} = \frac{R}{\frac{R}{2} + R + \frac{R}{2}} = \frac{1}{2}.$$

De plus, le second module associé à la résistance de sortie équivaut à une résistance $2R$, elle-même montée en parallèle de la résistance $2R$ du premier module. On en déduit le circuit équivalent de la figure 3, qui met en évidence toujours le même diviseur de tension, d'où

$$\frac{U}{E} = \frac{R}{\frac{R}{2} + R + \frac{R}{2}} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} E = \frac{E}{2^2}.$$

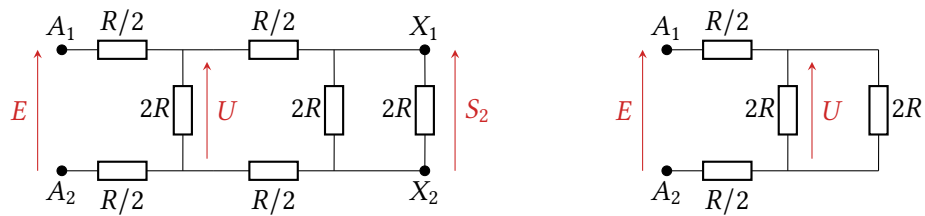


Figure 3 – Calcul de la tension dans la chaîne.

13 Le raisonnement peut se généraliser à un nombre quelconque de modules, et montre que la présence d'un module supplémentaire induit une division par 2 de la tension. On en déduit

$$S_N = \frac{E}{2^N}.$$

Bien vérifier la cohérence de l'expression générique avec celles obtenues pour un et deux modules dans la chaîne.