



BLAISE PASCAL
PT 2020-2021

Préparation à l'oral

Mécanique

- Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- Difficulté technique et calculatoire ;
- Exercice important.

Flasher ce code pour
accéder aux corrigés



Rapport du jury

- 2019** : Nous notons un réel progrès en ce domaine. Rares sont les candidats qui ne parviennent pas à faire le minimum requis.
- 2018** : Nous notons des progrès en particulier en mécanique du point. Les écarts de niveau sont considérables. Certains traitent à la perfection la question quand d'autres sont dans l'incapacité de déterminer l'accélération d'un point en mouvement circulaire.
- 2016, 2017** : Nous notons moins de lacunes en mécanique du point élémentaire. La mécanique du solide est très malmenée ne serait-ce que pour écrire l'énergie cinétique ou le moment cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.

Exercice 1 : Balle de golf dans un looping

oral banque PT | 2 | 2 |

- \triangleright Conservation de l'énergie mécanique ;
- \triangleright Décollement d'un support ;
- \triangleright Chute libre.



On étudie une balle de golf assimilée à un point matériel sans frottement évoluant sur une piste horizontale pour en forme de demi-cylindre. Elle est lancée avec une vitesse v_0 .

1 - Déterminer la vitesse en un point du demi-cylindre en fonction de v_0 . Donner une inégalité pour que la balle ne fasse pas demi-tour.

- 2** - Déterminer la force de réaction du cylindre sur la balle. Donner une inégalité pour que la balle soit toujours en contact avec le demi-cylindre.
- 3** - Avec quelle vitesse la balle quitte-t-elle le demi-cylindre ?
- 4** - À quelle distance retombe-t-elle sur la piste horizontale ?

Exercice 2 : Cyclotron

inspiré CCP PC 2014 et oral banque PT | 2 | 2 |

- \triangleright Mouvement d'une charge dans un champ électromagnétique.

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 et D_2 , appelées « dees » en anglais, séparées d'une zone étroite d'épaisseur a . Les dees sont situés dans l'entrefer d'un électroaimant qui fournit un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$, de norme $B = 1,5 \text{ T}$. Une tension harmonique u d'amplitude $U_m = 200 \text{ kV}$ est appliquée entre les deux extrémités de la bande intermédiaire, si bien qu'il y règne un champ électrique orienté selon \vec{e}_x .

On injecte des protons au sein de la zone intermédiaire avec une vitesse initiale négligeable.

Données : masse d'un proton $m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

- 1** - Montrer qu'à l'intérieur d'un dee la norme de la vitesse des protons est constante.
- 2** - En déduire le rayon de courbure R de la trajectoire des protons ayant une vitesse v ainsi que le temps que passe un proton dans un dee.
- 3** - Quelle doit être la fréquence f de la tension pour que le proton soit accéléré de façon optimale à chaque passage

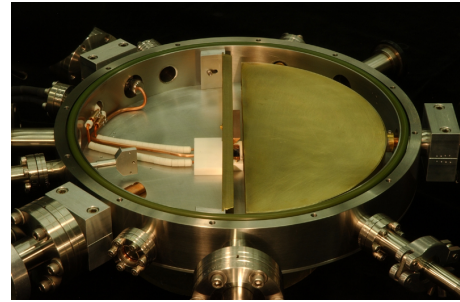
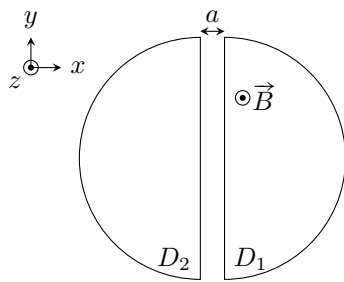


Figure 1 – Étude d'un cyclotron. Schéma de principe et photo du cyclotron de l'université de Rutgers, qui mesure une trentaine de centimètres de diamètre.

entre les dees? Pour simplifier, on pourra supposer $a \ll R$. Justifier le choix d'une tension harmonique au lieu, par exemple, d'une tension créneau.

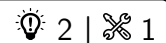
4 - Exprimer en fonction de n la vitesse v_n puis le rayon R_n de la trajectoire d'un proton après n passages dans la zone d'accélération. Le demi-cercle $n = 1$ est celui qui suit la première phase d'accélération.

5 - Calculer numériquement le rayon de la trajectoire après un tour (donc un passage dans chaque dee), puis après dix tours.

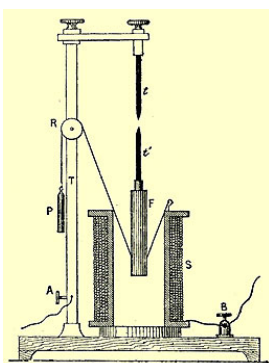
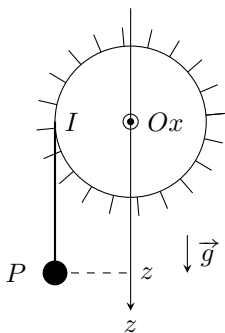
Le rayon de la dernière trajectoire décrite par les protons accélérés avant de bombarder une cible est $R_N = 35$ cm.

6 - Déterminer l'énergie cinétique du proton avant le choc contre la cible proche du cyclotron puis le nombre de tours parcourus par le proton.

Exercice 3 : Régulateur d'Archereau-Foucault



- ▷ Solide en rotation ;
- ▷ Force de liaison.



Un régulateur d'Archereau-Foucault, schématisé ci-contre, est un dispositif ancien, qui a été utilisé par exemple en horlogerie ou dans des boîtes à musique.

On le modélise de façon simple par un contre-poids P de masse m accroché à un fil de masse négligeable devant m . Le fil est enroulé autour d'un cylindre tournant librement autour de son axe Ox fixé à un bâti, de rayon R et de moment d'inertie J_x . La chute de P entraîne la mise en rotation du cylindre. Ce cylindre est muni d'ailettes pour augmenter l'effet des frottements de l'air. On modélise leur action mécanique sur le cylindre par un couple de frottement $\Gamma_f = -\lambda\omega$, où $\omega = \dot{\theta}$ est la vitesse angulaire de rotation du cylindre.

1 - Justifier que $\dot{z} = R\omega$.

2 - Montrer que la force \vec{T} de tension du fil exercée en I sur le cylindre est donnée par

$$\vec{T} = m(g - \ddot{z})\vec{u}_z.$$

3 - Montrer que la vitesse angulaire de rotation ω vérifie l'équation différentielle

$$(J_x + mR^2)\frac{d\omega}{dt} + \lambda\omega = mgR$$

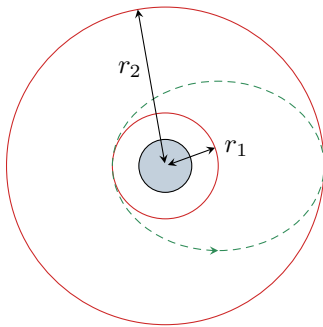
4 - Résoudre cette équation. En déduire l'intérêt du dispositif.

Exercice 4 : Orbite de transfert de Hohmann

💡 2 | ✂ 2



- ▷ Conservation du moment cinétique ;
- ▷ Orbite circulaire et elliptique ;
- ▷ Énergie mécanique.



On s'intéresse à la mise en orbite d'un satellite géostationnaire de masse m sur son orbite de rayon $r_2 = 42,2 \cdot 10^3$ km. Dans un premier temps, un lanceur dépose le satellite sur une orbite circulaire provisoire de rayon $r_1 = 7,5 \cdot 10^3$ km. Un moteur lui apporte un surcroît d'énergie pour le faire passer sur une orbite de transfert elliptique, appelée orbite de Hohmann, dont le périhélie est à la distance r_1 et l'apogée à la distance r_2 du centre de la Terre. Lorsque le satellite arrive à cet apogée, le moteur est rallumé pour permettre au satellite de passer sur l'orbite finale.

Les durées d'allumage du moteur étant très brèves par rapport à la période orbitale, on considérera les changements de vitesse du satellite instantanés. On notera « 1 » les grandeurs relatives à l'orbite provisoire, « prime » celles relatives à l'orbite de Hohmann et « 2 » celles de l'orbite géostationnaire.

- 1 - Établir l'expression de la vitesse v du satellite sur l'orbite circulaire de rayon r . En déduire l'expression de l'énergie mécanique du satellite sur cette orbite.
- 2 - On admet que l'expression se généralise au cas d'une orbite elliptique en remplaçant le rayon par le demi grand-axe de l'ellipse. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_{m1} , E'_m et E_{m2} du satellite sur les trois orbites. En déduire le travail W_1 que doit fournir le moteur du satellite pour passer de l'orbite provisoire à l'orbite de transfert puis le travail W_2 pour passer de l'orbite de transfert à l'orbite géostationnaire.
- 3 - Calculer la vitesse v'_1 du satellite juste après son passage sur l'orbite de transfert.
- 4 - Montrer que le produit $C = r^2\dot{\theta}$ est une quantité conservée sur n'importe quelle orbite.
- 5 - En déduire la vitesse v'_2 à l'apogée de l'orbite de transfert en fonction de v'_1 , r_1 et r_2 .

Exercice 5 : Sieste en hamac

💡 3 | ✂ 1



- ▷ Problème ouvert ;
- ▷ Force de liaison.

Pensez à vos prochaines vacances ... Pour vous reposer après une année bien remplie vous êtes partis au soleil et vous souhaitez vous accorder une petite sieste dans un hamac tendu entre deux pins. Malheureusement, les cordes d'attache du hamac sont très usées et vous n'aimeriez pas vous retrouver par terre.

Pour minimiser les risques, vaut-il mieux attacher le hamac presque à l'horizontale ou au contraire le laisser pendre largement ?

Exercice 6 : Vitesse d'un marcheur

oral banque PT | 💡 3 | ✂ 2



- ▷ Problème ouvert ;
- ▷ Solide en rotation.

Retrouver, en fonction des dimensions de votre corps, l'ordre de grandeur de la vitesse de marche naturelle.

Donnée : le moment d'inertie d'une tige rectiligne, homogène, de masse m et longueur ℓ par rapport à une de ses extrémité vaut $J = m\ell^2/3$.

D'autres exercices intéressants

Voici une liste, non exhaustive, d'exercices proposés dans les TD de l'année que vous pouvez (re)faire avec profit.

- ▷ Fiche de révisions R1 : exercice 2 et 3 ;
- ▷ TD 9 exercices 4 et 5.