Préparation à l'oral *Correction*

Problèmes ouverts (1)

Exercice 1 : Chariot à niveau constant

3 | 1

▷ *Problème ouvert.*

Supposons que le distributeur porte N plateaux, tous d'épaisseur $e = 1\,\mathrm{cm}$ et de masse $m = 200\,\mathrm{g}$. Quelle que soit la valeur de N, le sommet de la pile de plateaux se trouve $h = 10\,\mathrm{cm}$ sous le point d'attache des deux ressorts. On néglige le poids du support à plateaux devant celui des plateaux. Comme les plateaux sont évidemment immobiles (...) alors la force exercée par les deux ressorts doit compenser le poids des plateaux, ce qui se traduit par

$$2k(Ne + h - \ell_0) = Nmg \qquad \text{soit} \qquad 2k(h - \ell_0) + N(2ke - mg) = 0$$

Cette condition devant être vérifiée pour toute valeur de N, on en déduit les deux égalités

$$\begin{cases} 2k(h - \ell_0) = 0 \\ 2ke - mg = 0 \end{cases} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\begin{cases} \ell_0 = h = 10\,\mathrm{cm} \\ k = \dfrac{mg}{2e} = 100\,\mathrm{N\cdot m^{-1}} \end{cases}}$$

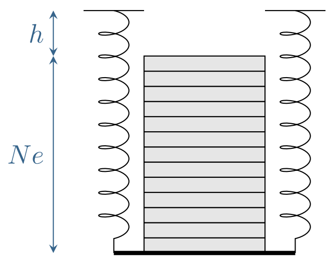

Figure 1 – Distributeur de plateaux.

> *Pour identifier le système d'équations, on peut également raisonner d'abord sur le cas $N = 0$ qui donne la première équation du système, puis simplifier l'équation issue du PFD, et en déduire la deuxième équation du système.*

Exercice 2 : Sieste en hamac

3 | 1

▷ *Problème ouvert.*

- **Modélisation**

Pour faire simple, je te modélise par un point matériel de masse m suspendu par des cordes de même longueur, supposées inextensibles et tendues. Une modélisation par un solide indéformable ne changerait qualitativement rien. Le dispositif est donc symétrique, voir figure 2. Pour minimiser le risque que les cordes cassent, il faut minimiser leur force de tension, c'est-à-dire qu'il faut trouver la valeur de α qui minimise la norme de $\vec{T}$ et $\vec{T'}$, que je note plus simplement T et T'.

- **Mise en équation**

Tu es le système en « mouvement » dans le référentiel terrestre, qu'on peut considérer galiléen. On y fixe un repère (Oxy). Tu es soumis à

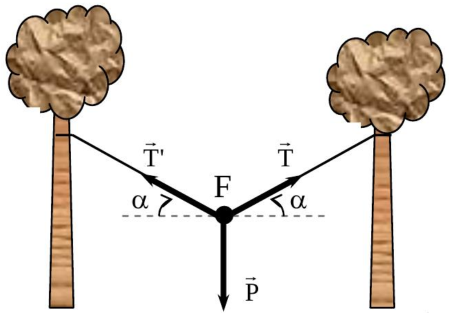

Figure 2 – Un point matériel en train de faire la sieste dans son hamac.

▹ ton poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\overrightarrow{u}_y$;
▹ la force de tension $\overrightarrow{T} = T(\cos\alpha\,\overrightarrow{u}_x + \sin\alpha\,\overrightarrow{u}_y)$;
▹ la force de tension $\overrightarrow{T'} = T'(-\cos\alpha\,\overrightarrow{u}_x + \sin\alpha\,\overrightarrow{u}_y)$;

Par application du théorème de la résultante cinétique, on a vectoriellement puis en projection

$$\overrightarrow{P} + \overrightarrow{T} + \overrightarrow{T'} = \overrightarrow{0} \qquad \text{d'où} \qquad \begin{cases} (T - T')\cos\alpha = 0 \\ -mg + (T + T')\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

On en déduit finalement que $T' = T$, ce dont on pouvait se douter vue la symétrie des cordes, et

$$2T\sin\alpha = mg \qquad \text{d'où} \qquad T = T' = \frac{mg}{2\sin\alpha}$$

La tension des cordes est d'autant plus faible que $\sin\alpha$ est grand, donc que α est proche de $\pi/2$.

- **Conclusion**

Il vaut mieux que tu laisses pendre le hamac pour être sûr de ne pas tomber ... mais je ne sais pas si ce sera très favorable pour ta sieste :)