



BLAISE PASCAL  
PT 2021-2022

Révisions R2

# Thermodynamique PTSI

## Ressources en ligne

Scanner ou cliquer sur les QR-code pour accéder aux ressources.

- L'essentiel du cours sous forme de cartes mémo : cartes réalisées par Christophe Cayssiols.



Cartes utilisables pour ce bloc de révisions : toutes celles du thème « thermodynamique » de première année, sauf celles sur les machines thermiques.

- Qmax : QCM d'applications directes du cours



Choisir d'abord le mode « j'apprends » puis éventuellement le mode « je révise ». Ces QCM correspondent au programme de PCSI, certaines notions peuvent donc vous être inconnues : me demander en cas de doute.

Thèmes abordés dans ce bloc de révisions : thème « thermodynamique », tout sauf les machines thermiques.

## Questions de cours

Seuls les étudiants du groupe de TD PT\* seront interrogés en colle sur les questions marquées d'une étoile, car elles sont plus techniques et/ou moins essentielles ... mais tous les étudiants sont bien sûr invités à les travailler !

**R2.1** - Rappeler les lois de Laplace et leurs hypothèses d'application. En déduire le travail  $W$  reçu au cours d'une compression d'un volume  $V_I$  à un volume  $V_F$  au cours de laquelle les lois de Laplace s'appliquent. On introduira pour le calcul une constante  $K$  caractéristique de l'expression de Laplace.

*Il est attendu que l'étudiant connaisse au strict minimum l'expression en  $PV^\gamma$  et sache retrouver très, très vite les deux autres ... mais c'est encore mieux si les trois sont connues par cœur !*

Au cours de la compression on a  $PV^\gamma = K = cte$ , d'où

$$W = - \int_{V_I}^{V_F} P dV = -K \int_{V_I}^{V_F} \frac{dV}{V^\gamma} = -K \int_{V_I}^{V_F} V^{-\gamma} dV = -K \left[ \frac{V^{-\gamma+1}}{-\gamma+1} \right]_{V_I}^{V_F} = \frac{K}{\gamma-1} \left( V_F^{1-\gamma} - V_I^{1-\gamma} \right).$$

*La dernière étape du calcul utilise la primitive d'une fonction de type  $x \mapsto x^n$  qui, en cas de trou de mémoire, se retrouve immédiatement sur l'exemple de  $x \mapsto x^2$  qui s'intègre en  $x^3/3$ .*

**R2.2** - Un glaçon, de masse  $m_1$  et température  $T_1$ , est sorti du congélateur pour être mis dans un verre contenant une boisson au choix de l'étudiant, de masse  $m_2$  et température  $T_2$  (la boisson, pas l'étudiant). On suppose que le glaçon fond totalement et rapidement, ce qui permet de négliger les transferts thermiques avec l'air. Déterminer la température finale  $T_F$  du breuvage. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ? Le résultat sera donné en fonction de l'enthalpie de fusion  $\Delta_{\text{fus}}h$  de l'eau et des capacités thermiques massiques  $c_{\text{sol}}$  et  $c_{\text{liq}}$ , supposées égales pour le glaçon et la boisson.

On utilise l'additivité de l'enthalpie pour sommer les contributions du glaçon et de la boisson.

- ▷ la boisson est liquide et sa température passe de  $T_2$  à  $T_F$  ;
- ▷ le glaçon se réchauffe et fond, ce que l'on décompose comme la succession de trois transformations élémentaires :
  - d'abord, le glaçon est solide et sa température passe de  $T_1$  à  $T_{fus}$  ;
  - ensuite, le glaçon fond totalement de manière isobare isotherme ;
  - enfin, le glaçon est liquide et sa température passe de  $T_{fus}$  à  $T_F$ .

Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H = 0 + 0 = \underbrace{m_2 c_{liq} (T_F - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1 c_{sol} (T_{fus} - T_1) + m_1 \Delta_{fus} h + m_1 c_{liq} (T_F - T_{fus})}_{\text{glaçon}}$$

Il reste alors à isoler  $T_F$  dans cette équation.

Pour déterminer la masse minimale à partir de laquelle le glaçon ne fond pas complètement, il faut être conscient que le calcul ci-dessus repose sur l'hypothèse que l'état final est complètement liquide, ce qui impose au final d'avoir  $T_F > T_{fus}$ . Si jamais le calcul numérique donne  $T_F < T_{fus}$ , alors il y a contradiction entre l'hypothèse initiale et le résultat final. Cela signifie que l'hypothèse initiale est fautive et que le résultat final n'a pas de sens. La masse limite est donc celle qui donne  $T_F = T_{fus}$ . Attention, la vraie température finale ne sera pas le  $T_F$  calculé de cette façon.

**R2.3** - Le même étudiant qu'à la question précédente souhaite toujours refroidir la même boisson de masse  $m_2$  et température  $T_2$  en y ajoutant des glaçons de masse  $m_1$  et température  $T_1$ . Sauf que cette fois ... il en met trop, si bien qu'à l'état final il reste de la glace dans sa boisson. Déterminer la masse  $m_f$  de glace qui a fondu en fonction des mêmes paramètres qu'à la question précédente. On négligera toujours les transferts thermiques avec l'air. Comment déterminer la masse minimale du glaçon pour qu'il ne fonde pas totalement ?

Cette fois, on sait que le mélange est diphasé à l'état final, ce qui nous donne sa température : la coexistence n'est possible que si  $T_F = T_{fus}$ . Le bilan d'enthalpie s'écrit comme à la question précédente, sauf que :

- ▷ seule la masse  $m_f$  fond ;
  - ▷ comme  $T_F = T_{fus}$ , la glace fondue ne change pas de température.
- Le bilan d'enthalpie s'écrit donc :

$$\Delta H = 0 + 0 = \underbrace{m_2 c_{liq} (T_{fus} - T_2)}_{\text{boisson}} + \underbrace{m_1 c_{sol} (T_{fus} - T_1) + m_f \Delta_{fus} h}_{\text{glaçon}}$$

Il reste alors à isoler  $m_f$  dans cette équation.

Cette fois, l'hypothèse est que l'état final est une coexistence solide-liquide, qui permet de calculer la masse de glace fondue. Or la masse de glace fondue ne peut évidemment pas être supérieure à la masse initiale du glaçon : si jamais le calcul numérique donne  $m_f > m_1$ , alors le résultat final n'a pas de sens, ce qui indique que l'hypothèse initiale est fautive. La masse limite est donc celle qui donne  $m_f = m_1$ . On retrouve la même masse limite qu'à la question précédente, ce qui est logique.

(★) **R2.4** - Considérons un gâteau au chocolat de masse  $m$ , sorti d'un four à la température  $T_{four}$  et laissé à refroidir dans la cuisine de température  $T_0$ . Procéder au bilan entropique de la transformation. Commenter le signe de l'entropie créée.

Donnée : inégalité de convexité du logarithme,  $\forall x > 0, \ln x \leq x - 1$  ; l'expression de l'entropie d'une phase condensée est à connaître par l'étudiant.

- ▷ Variation d'entropie : comme le gâteau est un solide (s'il a suffisamment cuit !)

$$\Delta S = C \ln \frac{T_F}{T_I} = C \ln \frac{T_0}{T_{four}} < 0$$

(ce qui est logique car  $S$  est une fonction croissante de la température, qui ici diminue)

- ▷ Entropie échangée : il faut connaître  $Q$ , et pour cela appliquer le premier principe au gâteau (en enthalpie car monobare), qui donne

$$\Delta H = Q = C (T_0 - T_{four}) \quad \text{d'où} \quad S_{ech} = \frac{Q}{T_0} = \frac{C (T_0 - T_{four})}{T_0}$$

C'est  $T_0$  qui intervient car c'est la température du thermostat.

- ▷ La transformation est évidemment irréversible (qui a déjà vu un gâteau réchauffer tout seul ?), donc l'entropie créée est inconnue dont on sait seulement qu'elle est positive.

▷ Bilan d'entropie :

$$\Delta S = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2nd } P}}{C} \frac{(T_0 - T_{\text{four}})}{T_0} + S_{\text{créée}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{solide}}}{C} \ln \frac{T_0}{T_{\text{four}}}$$

d'où on déduit

$$S_{\text{créée}} = C \left[ \frac{T_{\text{four}}}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_{\text{four}}}{T_0} \right].$$

D'après l'inégalité donnée, le terme entre crochets est positif. On peut bien sûr conclure «  $S_{\text{créée}} > 0$  donc c'est bon » ... mais on peut en dire plus : comme on sait que  $S_{\text{créée}} \geq 0$ , alors on en déduit  $C \geq 0$ . On montre ainsi que la capacité thermique d'un solide est forcément positive.

## Pour s'entraîner

- 💡 Difficulté d'analyse et compréhension, initiative requise ;
- ✂ Difficulté technique et calculatoire ;
- ⊗ Exercice important.

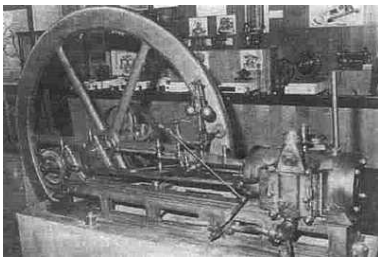
Flasher ce code pour accéder aux corrigés



### Exercice 1 : Cycle de Lenoir



- ▷ Gaz parfait ;
- ▷ Premier principe.

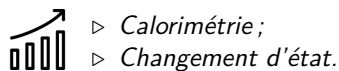


Le cycle de Lenoir est un modèle idéalisé de cycle moteur à deux temps, proposé par Étienne Lenoir en 1860 pour décrire le fonctionnement du moteur à gaz qu'il avait mis au point l'année précédente. On raisonne sur le mélange air-carburant présent dans la chambre de combustion du moteur, modélisé par un gaz parfait d'exposant adiabatique  $\gamma$  formant un système fermé de quantité de matière  $n_0$ . Après l'admission d'air dans la chambre de combustion, l'état du mélange ( $P_1, V_1, T_1$ ) est supposé connu. Le cycle qu'il subit se compose des étapes suivantes :

- ▷ 1  $\rightarrow$  2 : explosion isochore jusqu'à la pression  $P_2$  ;
- ▷ 2  $\rightarrow$  3 : détente isotherme jusqu'à un volume  $V_3 = 2V_1$  ;
- ▷ 3  $\rightarrow$  1 : compression isobare modélisant le renouvellement du mélange (échappement, admission, injection de carburant, inflammation).

- 1 - Déterminer les caractéristiques des points ② et ③ du cycle en fonction uniquement de celles du point ①.
- 2 - Déterminer l'équation d'une isotherme d'un gaz parfait dans le diagramme de Watt ( $P, V$ ), c'est-à-dire une équation de la forme  $P = f(V)$ . En déduire la représentation du cycle.
- 3 - Calculer l'énergie  $Q_{\text{expl}}$  reçue par le mélange lors de l'explosion, à exprimer en fonction de  $P_1, V_1$  et  $\gamma$ . On rappelle que la capacité thermique molaire isochore d'un gaz parfait vaut  $C_{V,m} = R/(\gamma - 1)$ .
- 4 - Calculer le travail moteur  $W_m$  fourni au cours du cycle complet, à exprimer également en fonction de  $P_1$  et  $V_1$ .
- 5 - En déduire le rendement du cycle  $\eta = W_m/Q_{\text{expl}}$ .

**Remarque culturelle :** Un défaut majeur de ce modèle de cycle historique est la modélisation de la deuxième étape. Considérer la détente isotherme n'est pas l'hypothèse la plus pertinente, une modélisation adiabatique est plus conforme à la réalité ... mais en 1860 ces notions étaient encore en construction !

**Exercice 2 : Mesure calorimétrique de l'enthalpie de fusion de l'eau**

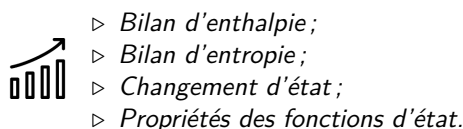
- ▷ Calorimétrie ;
- ▷ Changement d'état.

Cet exercice propose d'analyser une expérience permettant de mesurer l'enthalpie massique de fusion de l'eau. Les opérations suivantes sont réalisées dans un calorimètre :

- ▷ Mélanger une masse  $m_0 = 50 \text{ g}$  d'eau chaude ( $T_{\text{ch}} = 50^\circ\text{C}$ ) avec la même masse  $m_0$  d'eau à température ambiante ( $T_{\text{amb}} = 20^\circ\text{C}$ ).
- ▷ Après quelques minutes, la température de l'eau ne varie plus et vaut  $T_1 = 32^\circ\text{C}$ .
- ▷ Ajouter un glaçon partiellement fondu et séché. Le glaçon est pesé après séchage et juste avant d'être ajouté au calorimètre : on mesure  $m = 15 \text{ g}$ .
- ▷ Après quelques minutes, le glaçon a totalement fondu, la température de l'eau ne varie plus et vaut  $T_2 = 20^\circ\text{C}$ .

*Donnée* : capacité thermique massique de l'eau liquide  $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

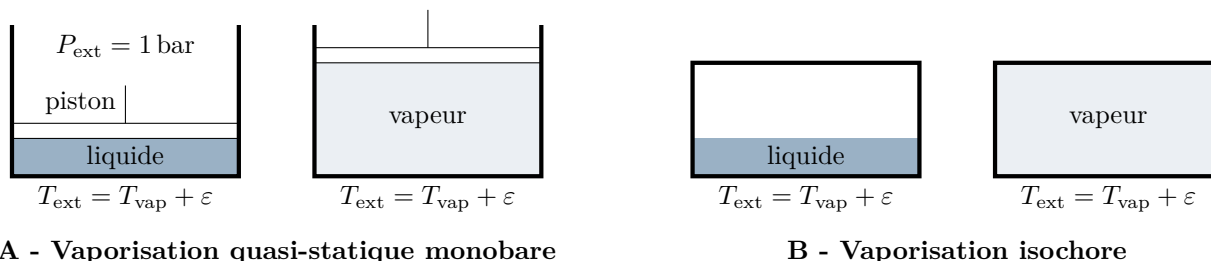
- 1 - Rappeler ce qu'est un calorimètre et les caractéristiques des transformations qui y ont lieu.
- 2 - Déterminer la température théorique  $T_{1,\text{th}}$  qui serait mesurée en fin de première étape si la capacité thermique du calorimètre était négligeable.
- 3 - En reprenant le raisonnement, déterminer la valeur en eau  $\mu$  du calorimètre, c'est-à-dire la masse d'eau équivalente qui aurait la même capacité thermique que le calorimètre.
- 4 - Justifier que faire fondre partiellement le glaçon et le sécher permet de considérer qu'il est formé uniquement de glace à température  $T_{\text{fus}} = 0^\circ\text{C}$ .
- 5 - En déduire l'enthalpie massique de fusion de l'eau.

**Exercice 3 : Comparaison de deux vaporisations**

- ▷ Bilan d'enthalpie ;
- ▷ Bilan d'entropie ;
- ▷ Changement d'état ;
- ▷ Propriétés des fonctions d'état.

Cet exercice, purement théorique mais conceptuellement important, a pour but de comparer deux transformations de vaporisation de  $1 \text{ kg}$  d'eau, schématisées figure 1. L'eau est supposée initialement à  $T_{\text{vap}} = 100^\circ\text{C}$  sous forme entièrement liquide, et elle se vaporise totalement au contact d'un thermostat de température  $T_{\text{ext}} = T_{\text{vap}} + \varepsilon$  qui impose la vaporisation de la masse d'eau. On suppose  $\varepsilon \ll T_{\text{vap}}$ , ce qui permet de faire l'approximation que la température finale est égale à  $T_{\text{vap}}$ .

*Donnée* :  $\Delta_{\text{vap}}h = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $M = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ .



**Figure 1 – Deux façons de vaporiser de l'eau.**

**A - Vaporisation quasi-statique monobare**

L'eau est placée dans une enceinte fermée par un piston pouvant se déplacer sans frottement. Le volume initial est tel que l'eau occupe tout l'espace, supposé négligeable devant le volume final. L'eau se vaporise lentement, conduisant à une augmentation progressive de volume.

- 1 - Déterminer la pression  $P_F$  et le volume final  $V_F$ .
- 2 - En déduire le travail  $W$  reçu par l'eau au cours de la transformation. Commenter son signe.

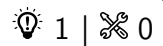
- 3 - Procéder au bilan d'enthalpie de la transformation. En déduire le transfert thermique  $Q$  reçu par l'eau au cours de la transformation. Commenter son signe.
- 4 - Procéder au bilan d'énergie de la transformation.
- 5 - Procéder au bilan d'entropie de la transformation. En déduire l'entropie créée  $S_c$ .


## B - Vaporisation dans une enceinte isochore

L'eau est cette fois placée dans une enceinte indéformable, initialement vide, de volume  $V_0$  constant égal au volume  $V_F$  déterminé précédemment. L'eau s'y vaporise très rapidement. Les grandeurs relatives à cette seconde transformation seront repérées d'un « prime ».

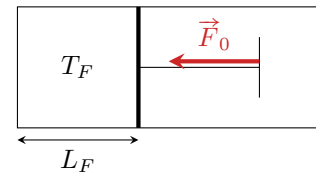
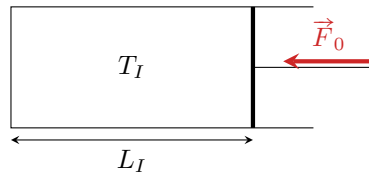
- 6 - Déterminer  $P'_F$  sans aucun calcul.
- 7 - Que vaut le travail  $W'$  reçu par l'eau au cours de la transformation ?
- 8 - En utilisant astucieusement les résultats de la première partie, calculer le transfert thermique  $Q'$ . Comparer  $Q$  et  $Q'$ .
- 9 - Procéder au bilan d'entropie de la transformation. En déduire l'entropie créée  $S'_c$ .
- 10 - Identifier une relation entre l'entropie créée  $S'_c$  dans la seconde transformation et le travail  $W$  échangé dans la première. Interpréter physiquement.

### Exercice 4 : Échauffement adiabatique d'un gaz par compression



-  ▷ Travail d'une force ;  
▷ Premier principe.


Considérons un gaz parfait dans une seringue fermée. Un opérateur appuie brusquement sur le piston de la seringue en exerçant une force  $\vec{F}_0$  constante, comme dans la vidéo vers laquelle pointe le QR-code.



- 1 - Justifier que la transformation peut être considérée comme adiabatique.
- 2 - Déduire du premier principe la température finale. Commenter.

### Exercice 5 : De la glace qui fond



-  ▷ Changement d'état ;  
▷ Validation d'hypothèses.

Dans un calorimètre aux parois calorifugées et de capacité thermique négligeable, on introduit une masse  $m_{\text{liq}} = 1,00 \text{ kg}$  d'eau liquide initialement à  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ . On y ajoute une masse  $m_{\text{gl}} = 0,50 \text{ kg}$  de glace à  $T_2 = 0^\circ\text{C}$ . On suppose que la transformation se fait à pression constante  $P_{\text{atm}} = 1 \text{ bar}$ .

Données : enthalpie massique de fusion de l'eau  $\Delta_{\text{fus}}h = 3,3 \cdot 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et capacité thermique massique de l'eau liquide  $c = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

- 1 - On suppose qu'à l'état final l'eau est entièrement sous forme liquide. Déterminer sa température  $T_F$ . Conclure.
- 2 - On suppose maintenant qu'à l'état final l'eau est présente sous forme d'un mélange solide et liquide. Que peut-on dire sans calcul sur l'état final ? Déterminer la composition du mélange, c'est-à-dire la masse de chaque phase.

**Exercice 6 : Bilan d'entropie**

oral banque PT | 💡 2 | ✂️ 2



- ▷ *Changement d'état ;*
- ▷ *Second principe.*

On dispose d'un litre d'eau à 20 °C que l'on met en contact avec un thermostat à 100 °C pour le vaporiser. Le thermostat est idéal et évolue de façon réversible.

**1** - Calculer la variation d'entropie de l'eau et du thermostat et l'entropie créée.

**2** - Reprendre la question si l'opération est réalisée en deux temps en commençant par un thermostat intermédiaire à 60 °C. Comparer les résultats obtenus pour les deux transformations.

*Données :*

▷ au cours d'une transformation 1 → 2, l'entropie d'un liquide de capacité thermique  $C$  varie de

$$\Delta S = C \ln \frac{T_2}{T_1} .$$

- ▷ capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  ;
- ▷ enthalpie de vaporisation de l'eau :  $\Delta_{\text{vap}} h = 2,26 \cdot 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .