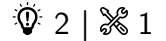


# Ondes mécaniques

## Optique géométrique

### Exercice 1 : Trompette



- ▷ Ondes acoustiques ;
- ▷ Ondes stationnaires.

- 1 L'onde se propage dans le sens des  $x$  croissants, donc

$$P_i(x, t) = P_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_i) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c}.$$

- 2 L'onde se propage cette fois dans le sens des  $x$  décroissants, d'où

$$P_r(x, t) = P_0 \cos(\omega t + kx + \varphi_r).$$

- 3 D'après le principe de superposition,  $P_{\text{tot}} = P_i + P_r$ , et ainsi

$$\begin{aligned} P_{\text{tot}}(x, t) &= P_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_i) + P_0 \cos(\omega t + kx + \varphi_r) \\ &= 2P_0 \cos\left(\frac{2\omega t + 0 + \varphi_r + \varphi_i}{2}\right) \cos\left(\frac{0 + 2kx + \varphi_r - \varphi_i}{2}\right) \\ &= 2P_0 \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_r + \varphi_i}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\varphi_r - \varphi_i}{2}\right) \end{aligned}$$

ce qui s'écrit bien sous la forme voulue avec

$$A = 2P_0 \quad \psi = \frac{\varphi_r - \varphi_i}{2} \quad \varphi = \frac{\varphi_r + \varphi_i}{2}.$$

Une telle onde est une **onde stationnaire**.

*On utilise ici la formule d'addition des cosinus (à connaître!)  $\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$  avec  $p$  l'argument du cosinus de l'onde réfléchi et  $q$  celui de l'onde incidente.*

*Si jamais vous preniez  $p$  et  $q$  dans l'autre sens ce n'est pas un problème, mais rajoute juste une étape où il faut utiliser la parité  $\cos(-x) = \cos x$ .*

- 4 Représentons figure 1 l'onde de surpression dans le tuyau, en respectant les conditions aux limites. Ce schéma permet de retrouver que deux nœuds consécutifs sont distants de  $\lambda/2$  et qu'un nœud et un ventre qui se suivent sont séparés de  $\lambda/4$ . On voit alors apparaître que les conditions aux limites imposent

$$L = \frac{\lambda_n}{4} + n \frac{\lambda_n}{2}.$$

Pour  $n = 0$ , on trouve  $L = \lambda_0/4$ , et en utilisant la relation de dispersion sous la forme  $\lambda_0 = c/f_0$  on en déduit

$$L = \frac{c}{4f_0} \quad \text{soit} \quad f_0 = \frac{c}{4L} = 61 \text{ Hz}.$$

**Rappel :** la vitesse du son dans l'air vaut  $c = 3,4 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , valeur à connaître ... et à ne pas confondre avec  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  qui est la vitesse de la lumière!!!

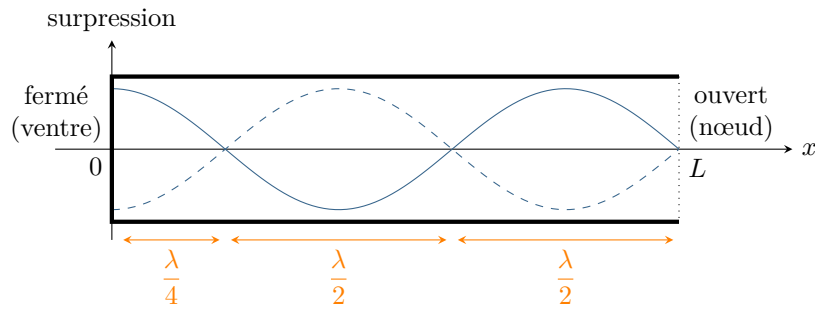


Figure 1 – Fuseaux d'onde stationnaire dans la trompette.

5 Repartons de l'expression  $P_{\text{tot}}(x, t) = A \cos(kx + \psi) \cos(\omega t + \varphi)$ . L'amplitude locale de l'onde stationnaire est donnée par  $A(x) = A |\cos(kx + \psi)|$ .

5.a Un ventre se trouve au niveau de l'embouchure, donc l'amplitude est maximale. On en déduit

$$\cos(k_n \times 0 + \psi) = \pm 1 \quad \text{soit} \quad \psi = n\pi \quad (n \text{ entier})$$

Choisir  $\psi = 0$  est donc compatible avec la condition limite.

5.b Un nœud se trouve au niveau du pavillon, donc l'amplitude locale est nulle, d'où

$$\cos(k_n L) = 0 \quad \text{soit} \quad k_n L = \frac{\pi}{2} + n\pi.$$

Ne pas hésiter à s'appuyer sur un cercle trigonométrique au brouillon pour répondre à ces questions sans erreur !

5.c De cette condition on déduit

$$L = \frac{\pi}{2k_n} + \frac{n\pi}{k_n}$$

et comme par définition  $k_n = 2\pi/\lambda_n$  alors

$$L = \frac{\lambda_n}{4} + n \frac{\lambda_n}{2}.$$

6 Lorsque le trompettiste appuie sur le piston, la nouvelle fréquence fondamentale est donnée par

$$f'_0 = \frac{4c}{L'} = \frac{f_0}{2^{3/12}}$$

où  $L'$  est la longueur totale (tuyau + coulisse). Ainsi,

$$\frac{4c}{L'} = \frac{4c}{2^{3/12} L} \quad \text{d'où} \quad L' = 2^{3/12} L$$

On en déduit enfin la longueur  $L_c$  de la coulisse par  $L' = L + L_c$ , si bien que

$$L_c = (2^{3/12} - 1)L = 26 \text{ cm}.$$

## Exercice 2 : Détecteur de pluie sur un pare-brise

inspiré oral CCP PSI | 💡 2 | ✂ 2



▷ Lois de Snell-Descartes ;  
▷ Réflexion totale.

1 Un rayonnement infrarouge a l'avantage d'être invisible. Utiliser une longueur d'onde visible ferait un peu trop tuning ... et surtout risquerait de gêner la conduite, notamment des autres véhicules.

2 La somme des angles (non orientés) dans le triangle  $H I J$  de la figure 2 est donnée par

$$\alpha + \beta + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \text{soit} \quad \alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_0\right) + \frac{\pi}{2} = \pi \quad \text{et} \quad \alpha + \pi - \theta_0 = \pi \quad \text{d'où} \quad \theta_0 = \alpha$$

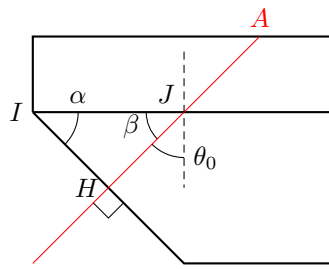


Figure 2 – Détermination de l'angle d'incidence à l'interface plexiglas verre.

Pour retrouver (ou se convaincre) que  $\beta = \pi/2 - \theta_0$  on peut tester les cas limites  $\theta_0 = 0$  et  $\theta_0 = \pi/2$ .

3 D'après la seconde loi de Descartes concernant la réfraction,

$$n_p \sin \theta_0 = n_v \sin \theta_1 \quad \text{d'où} \quad \theta_1 = \arcsin \left[ \frac{n_p}{n_v} \sin \theta_0 \right] = 47,8^\circ.$$

Pour tester la vraisemblance du résultat, on vérifie que  $\theta_1 < \theta_0$  en accord avec le fait que le verre est un peu plus réfringent que le plexiglas.

On constate que la différence entre les deux angles est très faible : comme les indices sont très proches, il n'y a quasiment pas de réfraction.

4 Le verre étant plus réfringent que l'air ( $n_v > n_a$ ), il peut y avoir réflexion totale à l'interface verre  $\rightarrow$  air. L'angle d'incidence limite  $\theta_{\text{lim}}$  au delà duquel la réflexion totale a lieu est tel que

$$\theta_{\text{lim}} = \arcsin \frac{n_a}{n_v} = 40,2^\circ.$$

Or l'angle d'incidence du rayon dans le verre en A est égal à  $\theta_0 > \theta_{\text{lim}}$ . De plus, l'application successive de la loi de la réflexion en A puis en B (on néglige la réfraction à l'interface verre-plexiglas) indique que l'angle d'incidence en C est également  $\theta_0$ . Le résultat se généralise donc : **il y a réflexion totale à toutes les interfaces verre  $\rightarrow$  air.**

5 En présence de pluie, l'interface extérieure du pare-brise n'est plus verre  $\rightarrow$  air mais verre  $\rightarrow$  eau. Dans ce cas, l'angle limite donnant lieu à une réflexion totale vaut

$$\theta'_{\text{lim}} = \arcsin \frac{n_e}{n_v} = 59,1^\circ.$$

Cette fois,  $\theta_0 < \theta'_{\text{lim}}$ , **un rayon est donc transmis vers l'extérieur du pare-brise lorsqu'il est mouillé.**

6 On a raisonné jusqu'ici sur un seul rayon lumineux. En pratique, d'une part la DEL émet un pinceau lumineux, d'autre part celui-ci se réfléchit plusieurs fois sur la face extérieure du pare-brise. Cela permet de tester la présence d'eau sur une surface plus étendue du pare-brise. Plus l'intensité reçue par le photocapteur est faible, plus il y a de « fuites » de lumière à cause de l'eau, et plus les essuies-glace doivent balayer rapidement.

Ne pas oublier que le rayon réfléchi existe toujours, même lorsqu'il y a réfraction. Le capteur reçoit donc toujours une intensité lumineuse non nulle.

**Exercice 3 : Microscope optique**

écrit PT A 2017 | 💡 2 | ✂️ 2



- ▷ Instrument d'optique ;
- ▷ Relations de conjugaison ;
- ▷ Construction de rayons.

1 Les rayons doivent être **proches de l'axe optique** et **peu inclinés** par rapport à l'axe optique.

2

soit

d'où

$$\overline{O_1O_2} = \overline{O_1F'_1} + \overline{F'_1F_2} + \overline{F_2O_2}$$

$$\overline{F'_1F_2} = \overline{O_1O_2} - \overline{O_1F'_1} - \overline{F_2O_2}$$

$$\Delta = D_0 - f'_1 - f'_2 = 100 \text{ mm.}$$

3 L'image intermédiaire est sur  $F_2$ , donc  $\overline{O_1A'} = \overline{O_1F_2} = f'_1 + \Delta$  et  $\overline{O_1A} = -d$ . D'après la relation de conjugaison

$$\frac{1}{f'_1 + \Delta} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1} - \frac{1}{f'_1 + \Delta} = \frac{\Delta}{f'_1(f'_1 + \Delta)}$$

et finalement

$$d = \frac{f'_1(f'_1 + \Delta)}{\Delta} = 5,25 \text{ mm.}$$

4 D'après la relation de grandissement,

$$\gamma_1 = \frac{f'_1 + \Delta}{-d} = -\frac{(f'_1 + \Delta) \times \Delta}{f'_1(f'_1 + \Delta)} \quad \text{soit} \quad \gamma_1 = -\frac{\Delta}{f'_1} = -20.$$

5 Si l'image intermédiaire se forme dans le plan focal objet de l'oculaire, alors l'image finale se forme à l'infini. Cela permet à un œil de l'**observer sans accommoder**, donc sans fatigue visuelle.

6 Voir figure 3. L'image finale est notée  $A_s B_s$ .

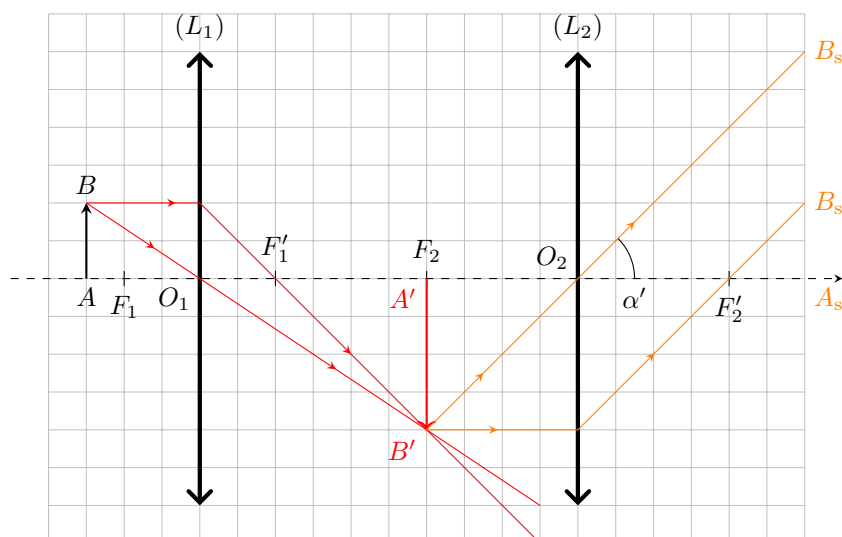
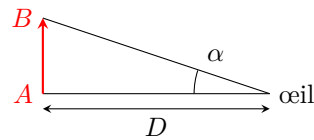


Figure 3 – Schéma du microscope.

7 Notons  $h = AB$  la hauteur de l'objet. En raisonnant sur la figure 4 dans l'approximation des petits angles, on constate que

$$\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{h}{D}.$$

Figure 4 – Définition de l'angle  $\alpha$ .

En raisonnant cette fois sur la figure 3, on constate que

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{|A'B'|}{f_2'} = \frac{|\gamma_1 \overline{AB}|}{f_2'} = \frac{|\gamma_1| h}{f_2'}.$$

En combinant ces deux expressions,

$$G = \frac{|\gamma_1| h}{f_2'} \times \frac{D}{h} \quad \text{d'où} \quad \boxed{G = -\frac{\gamma_1 D}{f_2'} = 333.}$$

**8** Lorsqu'il observe la pastille bleue  $B$  au travers de la lunette, l'observateur observe en fait son image  $B'$  au travers de la lame, voir figure 5. La distance  $\varepsilon$  dont il déplace la lunette est donc en fait égale à  $B'R$ . Exprimons donc  $B'R$  en fonction de  $BR$ . Notons  $I$  le point d'émergence de la lame.

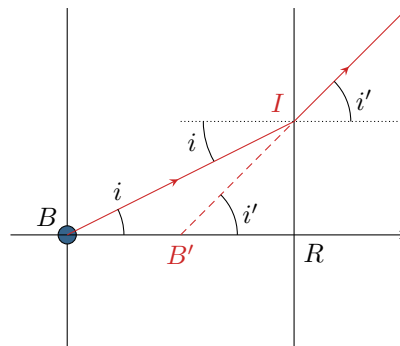


Figure 5 – Observation au travers de la lame de verre.

Par de la trigonométrie,

$$i \simeq \tan i = \frac{IR}{BR} = \frac{IR}{e} \quad \text{et} \quad i' \simeq \tan i' = \frac{IR}{B'R} = \frac{IR}{\varepsilon}$$

d'où on déduit

$$IR = ei = \varepsilon i'$$

Or d'après la seconde loi de la réfraction,

$$n \sin i = 1 \times \sin i' \quad \text{soit} \quad ni = i'.$$

En combinant ces relations, on en déduit

$$ei = \varepsilon ni \quad \text{d'où} \quad \boxed{e = n\varepsilon = 630 \mu\text{m}.}$$

### Exercice 4 : Tripleur de focale de Barlow

oral banque PT | 2 | 2

- $\triangleright$  Instrument d'optique ;
- $\triangleright$  Relations de conjugaison ;
- $\triangleright$  Construction de rayons.

**1** La distance minimale entre la Terre et Jupiter est  $D_{\min} = R_J - R_T = 6,3 \cdot 10^8$  km. En utilisant directement l'approximation des petits angles,

$$\boxed{\alpha_0 = \frac{D_J}{D_{\min}} = 2,2 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 1,3 \cdot 10^{-2} \circ.}$$

2] Jupiter étant située à l'infini, son image par  $L_1$  se forme dans le plan focal image. C'est donc là qu'il faut placer le capteur, à une distance  $D_c = f'_1 = 2550$  mm de  $L_1$ . Comme Jupiter est vue sous un angle  $\alpha_0$  alors les rayons les plus extrêmes arrivent sur la lentille en formant un angle  $\alpha_0/2$  avec l'axe optique. Ainsi, l'image de Jupiter a pour rayon

$$r = f'_1 \tan \frac{\alpha_0}{2} = \frac{D_J f'_1}{2D_{\min}} = 0,28 \text{ mm}.$$

3] Voir figure 6. Se lancer à main levée n'est pas évident pour que les rayons convergent bien sur le capteur ... il faut donc *commencer* par tracer les rayons, *puis ensuite* placer le capteur sur la figure à l'endroit où se forme l'image.

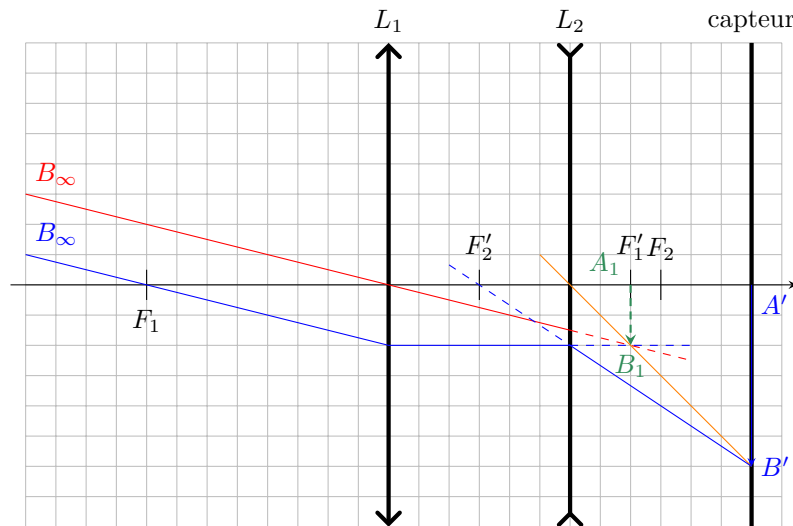


Figure 6 – Marche des rayons dans l'instrument.

4] L'objet pour  $L_2$  est l'image de Jupiter par  $L_1$ . On sait qu'elle se trouve dans le plan focal image de  $L_1$ . Ainsi, en notant  $O_c$  le centre du capteur où se trouve l'image finale, la relation de grandissement donne

$$\frac{\overline{O_2 O_c}}{\overline{O_2 F'_1}} = 3 \quad \text{donc} \quad \overline{O_2 F'_1} = \frac{1}{3} \overline{O_2 O_c} \quad \text{soit} \quad \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F'_1} = \frac{1}{3} \overline{O_2 O_c}$$

Remplaçons les distances algébriques par les paramètres géométriques de la lunette, avec  $D_{12}$  la distance entre les centres optiques des deux lentilles,

$$-D_{12} + f'_1 = \frac{d}{3} \quad \text{d'où} \quad D_{12} = f'_1 - \frac{d}{3} = 2483 \text{ mm}.$$

La relation conjugaison de Descartes appliquée à  $L_2$  donne ensuite

$$\frac{1}{\overline{O_2 O_c}} - \frac{1}{\overline{O_2 F'_1}} = \frac{1}{f'_2} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{\overline{O_2 O_c}} - \frac{3}{\overline{O_2 O_c}} = \frac{1}{f'_2}$$

d'où

$$f'_2 = -\frac{d}{2} = -100 \text{ mm}.$$

La lentille est divergente, il est donc normal de trouver  $f'_3 < 0$ .

5] Comme démontré précédemment, la taille de l'image sur le capteur sans oculaire est directement proportionnelle à la distance focale image de l'objectif  $L_1$ . L'oculaire de Barlow permet d'obtenir une image trois fois plus grande sur le capteur, ce qui nécessiterait de tripler la focale de la lentille objectif si on voulait l'utiliser seule. L'intérêt de l'oculaire est bien sûr un encombrement bien moindre.